FACULDADE DE TECNOLOGIA DE SÃO PAULO CURSO DE TECNOLOGIA EM MATERIAIS

VITÓRIA MACÊDO COSTA BRANDÃO

OTIMIZAÇÃO DE FILTRO DE RADIAÇÃO ULTRAVIOLETA COMPOSTO POR ESFERAS NANOMÉTRICAS

SÃO PAULO 2021

VITÓRIA MACÊDO COSTA BRANDÃO

OTIMIZAÇÃO DE FILTRO DE RADIAÇÃO ULTRAVIOLETA COMPOSTO POR ESFERAS NANOMÉTRICAS

Trabalho de conclusão de curso apresentado à Faculdade de Tecnologia de São Paulo, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Tecnóloga em Materiais com ênfase em materiais cerâmicos sob orientação do Prof. Dr. Norberto Helil Pasqua.

SÃO PAULO 2021

VITÓRIA MACÊDO COSTA BRANDÃO

OTIMIZAÇÃO DE FILTRO DE RADIAÇÃO ULTRAVIOLETA COMPOSTO POR ESFERAS NANOMÉTRICAS

Trabalho de conclusão de curso apresentado como requisito para obtenção do título de Tecnóloga em Materiais com ênfase em materiais cerâmicos pela Faculdade de Tecnologia de São Paulo.

Aprovado em:

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Norberto Helil Pasqua

Prof. Dr. Davinson Mariano da Silva

Prof. Dr. Eduardo Acedo Barbosa

AGRADECIMENTOS

À Deus, pois Ele é minha fortaleza.

Agradeço aos meus pais, Pedro e Regiara e ao meu irmão Pedrinho por serem meu porto seguro e incentivadores em todas as etapas da minha vida e, por todo o apoio durante os altos e baixos em minha graduação.

Ao meu grande orientador, Norberto Helil Pasqua que me incentivou e acreditou em meu crescimento acadêmico, sou grata por todas as conversas e ensinamentos durante esses anos.

A todos os meus amigos Isabella, Mariana, Maria Clara, Silvana, Eliliam, Christopher que com grande carinho sempre tiveram um tempo para ouvir minhas preocupações e todo o desenvolvimento do meu projeto. Agradeço também aos meus amigos que ganhei durante a minha graduação, nosso apoio mútuo foi um grande incentivo no curso, portanto, obrigada Karina Cristina, Carina Pinaço, Beatriz Santos, Fernando Albuquerque, Bruna Takano e Rong Rong Yang.

Ao CNPq pela bolsa para realização do trabalho.

RESUMO

Este trabalho teve como objetivo o estudo para a extinção da radiação ultravioleta. Essa extinção utilizou por base a estruturação de um filme composto por esferas ou cilindros nanométricos que, pela interação luz-matéria, a luz tem um caminho óptico diferente no meio promovendo interferência destrutiva da radiação UV. Os estudos realizados tratam de uma situação idealizada e envolvem compreender e calcular a intensidade, que foi obtida pelos parâmetros de Stokes relacionando-a com Bessel. Com a intensidade em mãos, foi possível formular o filme que foi programado no VBA (Visual Basic for Applications). Como técnica de otimização foi usado o algoritmo genético que consistiu em relacionar os parâmetros estabelecidos juntamente com as geometrias, linear, bilinear e trilinear. Com todas as relações estabelecidas, obtivemos uma diminuição da intensidade do UV de 52% com a geometria trilinear composta por esferas. Essa diminuição foi obtida exclusivamente pela geometria estudada (estrutura triangular) sem a interferência do substrato.

Palavras-Chave: Otimização; Filtro; Radiação ultravioleta.

ABSTRACT

This work aimed to study the extinction of ultraviolet radiation. This extinction was based on the structuring of a film composed of nanometric spheres or cylinders that, due to the light-matter interaction, light has an optical different path from the medium, promoting destructive interference from UV radiation. The studies carried out dealt with an idealized situation and involve understanding and calculating the intensity, which was obtained by the Stokes parameters relating to Bessel. With the intensity found, it was possible to formulate the film that was programmed in VBA (Visual Basic for Applications). As an optimization technique, the genetic algorithm was used, which consisted of relating the parameters established along with the geometries, linear, bilinear and trilinear. With all the relationships established, we obtained a reduction of 52% with the trilinear geometry composed of spheres. This decrease was obtained exclusively by the studied geometry (triangular structure) without substrate interference.

Keywords: Optimization; Filter; Ultraviolet Radiation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Representação de uma onda harmônica1
Figura 2 - Representação de uma onda eletromagnética 14
Figura 3 - Medida da luz por um detector: absorção da intensidade da irradiância. Em (a em princípio, o meio não deveria interferir e, em (b), o detector registra a intensidade transmitida
Figura 4 - O detector mede a irradiância da luz que passou pelo polarizador4
Figura 5 - Representação do processo de polarização10
Figura 6 - Representação da interferência construtiva na imagem a esquerda e a direita o caráter destrutivo na onda (interferência destrutiva)1
Figura 7 - O campo incidente, decomposto em componentes paralelo e perpendicular a plano de espalhamento1
Figura 8 - Diagrama que consiste na junção dos parâmetros relacionados com Bohren que juntamente com as geometrias estudadas vão permitir a obtenção da intensidad luminosa (S_{11})
Figura 9 - Demonstração do plano a ser trabalhado e analisado em coordenadas (x,y,z
Figura 10 - Demonstração do ponto máximo (corte realizado para a análise)24
Figura 11 - Elementos geométricos do espalhamento da luz por um filtro discreto2
Figura 12 - Distribuição Bilinear2
Figura 13 - Distribuição Trilinear 2'
Figura 14 - Representação da interação da luz com a geometria estabelecida no filmo depois do ponto (espessura-locom)
Figura 15 - Intensidade relativa média obtida pela geometria linear
Figura 16 - Intensidade relativa média obtida pela geometria bilinear
Figura 17 - Intensidade relativa média obtida pela geometria trilinear
Figura 18 - Espalhamento por uma partícula arbitrária42
Figura 19 - Luz Espalhada por Cilindro Infinito4

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Parâmetros de Stokes	12
Tabela 2 - Filme dados reais	19
Tabela 3 - Dados reais dos filmes para as geometrias (linear, bilinear e trilinear)	32
Tabela 4 - Incertezas das intensidades obtidas para cada geometria	32

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	9
2. OBJETIVO	11
3. FUNDAMENTOS FÍSICO-MATEMÁTICOS	11
3.1 – Índice de Refração	12
3.2 – Caminho Óptico	12
3.3 – Difração de Fraunhofer	13
3.4 – Equação da onda eletromagnética	13
3.5 – Vetor de Poynting	14
3.6 – Parâmetros de Stokes	15
3.7 – Interferência Construtiva e Destrutiva	17
4. METODOLOGIA E DESENVOLVIMENTO	
4.1 – Matriz de espalhamento	
4.2 – Medida do espalhamento	20
4.3 – Parâmetros do filme	21
4.4 – Programa VBA (Visual Basic for Applications)	23
4.4.1 – Vizinhos	25
4.4.2 – Intensidade	
4.5 – Algoritmo Genético	29
5. APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS	
5.1 – Zona de Brillouin	31
5.2 – Gráfico da extinção do UV	31
6. CONCLUSÕES	
7. REFERÊNCIAS	
8. APÊNDICES	40
Apêndice A – Parâmetros de Stokes	40
Apêndice B – Espalhamento por uma esfera	42
Apêndice C – Espalhamento por um cilindro	44
Apêndice D – Função de Bessel	46
Apêndice E – Incerteza de uma medida	48
Apêndice F – Trabalhos publicados	50

1. INTRODUÇÃO

A onda eletromagnética descoberta pelo escocês James Clerk Maxwell, que viveu no século XIX, foi de grande importância e mudou completamente a maneira de observar os fenômenos da natureza na época. Maxwell descreveu todos os fenômenos eletromagnéticos e a propagação da onda no espaço.

A partir desse feito, Heinrich Rudolf Hertz, um físico alemão, demonstrou experimentalmente a existência da radiação eletromagnética, confirmando a teoria descrita por Maxwell. Tais descobertas permitiram analisar as várias formas de radiação, que são classificadas conforme seus respectivos comprimentos de onda e frequências, demonstradas no espectro eletromagnético.

Com isso, Hertz concluiu que a luz é uma onda eletromagnética formada pela perturbação nos campos elétricos e magnéticos e se propaga através destes na velocidade da luz. O campo elétrico é o campo de força provocado pela ação de cargas elétricas (elétrons, prótons ou íons) e o campo magnético é a concentração de cargas elétricas em movimento.[1]

A direção pela qual a onda percorre é dada pelo Vetor de Poynting, que especifica a magnitude e o fluxo de transferência de energia eletromagnética em todos os pontos do espaço. Quando a luz se encontra com um obstáculo, algumas propriedades podem ser percebidas nesta interação: reflexão, absorção ou transmissão.[1]

O obstáculo é composto de cargas elétricas (prótons e elétrons), não permitindo a passagem completa da propagação da luz e, quando iluminados por uma onda eletromagnética, apresentam movimento oscilatório. Cargas elétricas aceleradas emitem radiações eletromagnéticas em todas as direções. Essa radiação secundária é chamada radiação espalhada (inclui reflexão e transmissão). A luz também pode ser absorvida e transformada em outras formas de energia.

No presente trabalho propõe-se extinguir a radiação ultravioleta. A importância em sua extinção se dá por ser o fator inicial para um desconforto vivenciado diariamente. Isso ocorre porque a radiação UV, com a presença de 12% nos raios solares, atravessa vidros de um carro ou de uma residência permitindo o contato com materiais em seu interior, ocasionando em um aquecimento que emite radiação infravermelha que não consegue sair do ambiente por possuir um comprimento de onda maior que a do visível.

Portanto, a solução prevista para esse problema é a elaboração de um filtro composto por nanopartículas esféricas ou cilíndricas distribuídos em um plano com uma

estrutura estabelecida que, permita uma interferência destrutiva e obtenha a extinção da radiação ultravioleta.

2. OBJETIVO

O estudo realizado no presente trabalho foi inspirado no artigo de Petru Ghenuche[2] que obteve a extinção da radiação pela interação luz e cilindros (nanofios) distribuídos paralelamente. No trabalho, além de aspectos geométricos da distribuição dos cilindros, é considerado a interação plasmônica. A utilização de cilindros paralelos implica em dificuldades técnicas de produção. Este estudo visa extinguir a radiação ultravioleta com a presença de esferas nanométricas para compreender se sua utilização traz benefícios para a extinção do UV.

Objetiva-se estudar a esfera e/ou cilindro nanométricos com diferentes geometrias que permita a interferência destrutiva e leve à extinção do UV, atuando como um filtro.

3. FUNDAMENTOS FÍSICO-MATEMÁTICOS

A existência da luz é de suma importância para entendermos o que nos cerca e sabermos como trabalhar em sua eficiência. A luz é uma onda eletromagnética formada pelo campo elétrico e o campo magnético.

Os campos são perpendiculares entre si e se propagam pelo vácuo com a mesma velocidade (velocidade da luz). O campo elétrico existe no entorno de uma carga (elétron, nêutron, próton). Semelhantemente, essa carga elétrica produz uma perturbação no espaço, o que provoca o movimento das cargas gerando o campo magnético.

Considerando o estudo de uma onda, suas grandezas físicas caracterizam sua estrutura:



Figura 1 – Representação de uma onda harmônica. [3]

 $E_{\text{máx}}$ é a amplitude (deslocamento máximo em relação à posição de equilíbrio), λ é o comprimento de onda (distância entre duas partes idênticas e consecutivas de uma onda).

A frequência *f*, número de ciclos por unidade de tempo, e o período T (= 1/f), tempo de duração de uma oscilação completa, estão relacionados ao comprimento de onda através da velocidade da luz *c*, ou seja, $c = \lambda \cdot f$.

3.1. Índice de Refração

É o índice que descreve como a luz se propaga através de um meio, sendo de extrema importância para a obtenção da diminuição da radiação ultravioleta.

Isso ocorre porque a partir dos valores estabelecidos de acordo com o material a ser trabalhado, o índice de refração permitirá a compreensão da interação do objeto e o meio a ser trabalhado. Portanto, quanto maior for o índice de refração, maior será a refração, fator importante para a análise da interação luz-matéria.

O índice de refração é dado pela relação

$$n = \frac{c}{v}$$

Onde, c é a velocidade da luz no vácuo e v é a velocidade da luz para o comprimento de onda específico em um meio.

3.2. Caminho Óptico

O caminho óptico é descrito pelo Princípio de Fermat que determina a trajetória dos raios luminosos e segue o raciocínio de que todos os caminhos possíveis para ir de um ponto ao outro, a luz segue aquele que é percorrido no tempo mínimo. [4]

Conhecendo a trajetória da luz, é possível analisar através de cálculos e dos parâmetros necessários para a obtenção do filtro, um percurso que a luz tenha uma superposição destrutiva levando à "extinção" da luz (radiação ultravioleta). Essa análise será descrita na seção 4 - Metodologia e desenvolvimento.

3.3. Difração de Fraunhofer

O fenômeno da difração é descrito como a capacidade das ondas de desviarem quando encontram um objeto em seu caminho, e, tanto podem aplicar-se à passagem através de uma abertura como ao "espalhamento" por um obstáculo.

Na difração de Fraunhofer, a fonte que gera o feixe de luz, bem como o anteparo em que a onda difratada atinge, estão bem distantes da fenda. Nesses casos, a onda difratada pode ser trabalhada como uma onda harmônica plana e os feixes de luz difratados podem ser considerados praticamente paralelos, o que simplifica bastante as equações envolvidas no processo de difração. [5]

3.4. Equação da onda eletromagnética

As equações de Maxwell permitiram os cálculos para a onda eletromagnética e são uma forma consistente de definir os dois campos, em qualquer ponto do espaço, descrevendo seus fluxos.

Uma onda transversal monocromática plana propagando-se no vácuo ao longo do eixo *z* é descrita como

$$\mathbf{E}(\mathbf{z}, t) = \mathbf{E}_0 e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{z}-\omega t)}, \quad \mathbf{E}_0 = E_0 \widehat{\mathbf{e}}_x$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{z}, t) = \mathbf{H}_0 e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{z}-\omega t)}, \quad \mathbf{H}_0 = H_0 \widehat{\mathbf{e}}_y \tag{1}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad \omega = 2\pi f, \quad c = \lambda f$$

Sendo $\mathbf{E}(\mathbf{z}, t)$ o vetor campo elétrico, $\mathbf{H}(\mathbf{z}, t)$ o vetor campo magnético, \mathbf{z} indica a propagação da onda eletromagnética, onde, os campos $\mathbf{E} \in \mathbf{H}$ terão componentes apenas no plano perpendicular ao z. *t* é o tempo percorrido pela onda, λ o comprimento de onda, *f* a frequência e *c* a velocidade da luz. $\mathbf{E}_0 \in \mathbf{H}_0$ vetores constantes, \mathbf{k} vetor de onda, sendo este último influenciado pelo meio, esses podem ser vetores complexos.



Figura 2 - Representação de uma onda eletromagnética. [6]

Além da magnitude e frequência, uma onda eletromagnética monocromática tem uma propriedade chamada estado de polarização, como será mostrado na seção 3.5.

3.5. Vetor de Poynting

Com foco na experiência, os parâmetros medidos em uma onda eletromagnética são o comprimento de onda e a intensidade. A propagação de uma onda eletromagnética é dada pelo vetor de Poynting, $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$, o qual especifica não só a magnitude, mas também a direção de uma taxa de transferência de energia eletromagnética em todos os pontos do espaço.

A magnitude do vetor de Poynting de onda plana, conforme Bohren-Huffman [7], propagando-se ao longo do eixo z é da forma:

$$\langle \mathbf{S} \rangle = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ \mathbf{E} \times \mathbf{H}^* \} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \right\} |\mathbf{E}_0|^2 \exp \left(-\frac{4\pi k}{\lambda} z \right) \widehat{\mathbf{e}}_z$$
(2)

Onde $4\pi k/\lambda$ é o coeficiente de absorção do meio, μ é permeabilidade magnética, ε é permissividade elétrica. A magnitude de $\langle S \rangle$, denotada como I, é chamada de irradiância¹ e tem dimensões de energia por unidade de área e por unidade de tempo. Uma

¹ Irradiância (*I*) é a quantidade de fluxo radiante incidente sobre uma superfície por unidade de área da superfície. A unidade é: W m⁻².

medida de interesse é a relação entre a luz incidente I_0 e a transmitida I_t tratada como fração, ou seja, I_t/I_0 , conforme será visto mais adiante na seção 4.2.



Figura 3 – Medida da luz por um detector: absorção da intensidade da irradiância. À princípio em (a) o meio não deveria interferir e, em (b), o detector registra a intensidade transmitida.[7]

3.6. Parâmetros de Stokes

Os Parâmetros de Stokes são empregados para descrever a intensidade e a polarização de um feixe de luz. O feixe de luz pode estar completamente ou parcialmente polarizado, ou não-polarizado, e, pode ser monocromático ou policromático. O tipo de polarização analisado está descrito no Apêndice A – Parâmetros de Stokes.

A luz incidente no material pode sofrer um espalhamento. Tendo isso em mente, o estudo utilizado para entender esse fenômeno é chamado de Parâmetros de Stokes, que possuem dimensões da intensidade, correspondentes a uma intensidade média.[8]

Radiância (*L*) é a intensidade radiante por unidade de área-fonte, projetada numa direção específica, θ . A unidade é: W m⁻² sr⁻¹. Portanto, $L_{\theta} = I \cdot \cos \theta / 4\pi$.



Figura 5 – Representação do processo de polarização. [9]

Estas dimensões são descritos abaixo:

Parâmetro	Descrição
Ι	Intensidade
Q	Polarização – Preferência horizontal
U	Polarização – Preferência 45°
V	Polarização – Preferência circular-direita

Tabela 1: Parâmetros de Stokes. [8]

A intensidade é o principal parâmetro utilizado para o estudo do presente trabalho. Os últimos parâmetros descrevem a intensidade com diferentes preferências de polarização, não sendo de grande importância para os cálculos executados.

Esse estudo é necessário para compreender a intensidade que a luz possui ao incidir em um obstáculo e como irá refletir, trabalhando com a forma geométrica do material que pode ser cilíndrica ou esférica.

Para medir a intensidade da luz em diferentes estados de polarização, os experimentos a seguir permitirão compilar uma metodologia. O detector registra a intensidade luminosa, a irradiância, expressa como $I = |\langle \mathbf{S} \rangle| / \left(\frac{k}{2\omega\mu_0}\right)$. E esta, conforme Bohren-Huffman [7], é

$$|I|^2 \ge Q^2 + U^2 + V^2$$

3.7. Interferência Construtiva e Destrutiva

A interferência da luz é um fenômeno que foi descrito pelo cientista Thomas Young, como sendo um efeito ondulatório que é obtido quando as ondas se superpõem.

Essa superposição pode ser destrutiva, representando que as fases não são as mesmas e se "aniquilam" ou construtivas, onde as fases combinam, amplificando as ondas que foram combinadas. Os dois tipos de interferência citados podem ser observados na imagem abaixo:



Figura 6 – Representação da interferência construtiva na imagem a esquerda e à direita o caráter destrutivo na onda (interferência destrutiva). [10]

4. METODOLOGIA E DESENVOLVIMENTO

A metodologia desse trabalho se deu no estudo dos Parâmetros de Stokes, da qual permitiu a criação de uma matriz de espalhamento que, juntamente com as equações de Bessel, obteve-se o cálculo da intensidade, permitindo o estudo da difração da luz na esfera e no cilindro.

Com os dados estabelecidos e os cálculos necessários para a obtenção da intensidade, foi criado um programa em VBA permitindo a junção de todos os parâmetros necessários para analisar a melhor conformação a fim de obter a extinção da luz nas geometrias estudadas que são:

- Linear: representando uma geometria estruturada com cilindros distribuídos paralelamente.
- Bilinear: estrutura conformada por uma geometria quadrática e composta por esferas.
- Trilinear: representada também pela presença de esferas, mas com uma geometria triangular.

Os estudos consideraram uma onda eletromagnética monocromática e polarizada. A fonte de incidência da luz é puntiforme.

4.1. – Matriz de Espalhamento

Segundo os Parâmetros de Stokes, sabe-se que a luz que incide no material sofre um espalhamento. Utilizando o primeiro parâmetro, foi possível trabalhar com a intensidade.

Que é dada por:

$$\mathbf{E}_{i} = (E_{0\parallel} \widehat{\mathbf{e}}_{\parallel i} + E_{0\perp} \widehat{\mathbf{e}}_{\perp i}) e^{i(kx - \omega t)} = E_{\parallel i} \widehat{\mathbf{e}}_{\parallel i} + E_{\perp i} \widehat{\mathbf{e}}_{\perp i}$$

$$\widehat{\mathbf{e}}_{\parallel i} = \cos \phi \, \widehat{\mathbf{e}}_{x} + \sin \phi \, \widehat{\mathbf{e}}_{y}, \quad \widehat{\mathbf{e}}_{\perp i} = \sin \phi \, \widehat{\mathbf{e}}_{x} - \cos \phi \, \widehat{\mathbf{e}}_{y}, \quad \widehat{\mathbf{e}}_{\perp i} \times \widehat{\mathbf{e}}_{\parallel i} = \widehat{\mathbf{e}}_{z}$$
(5)

E também

$$\hat{\mathbf{e}}_{\parallel i} = \operatorname{sen} \theta \, \hat{\mathbf{e}}_r + \cos \theta \, \hat{\mathbf{e}}_{\theta} \quad \hat{\mathbf{e}}_{\perp i} = -\hat{\mathbf{e}}_{\phi} \tag{6}$$

$$E_{\parallel i} = \cos \phi \, E_{xi} + \sin \phi \, E_{yi} \quad E_{\perp i} = \sin \phi \, E_{xi} - \cos \phi \, E_{yi}$$

Por outro lado, o campo espalhado:

com

$$\mathbf{E}_{s} = E_{\parallel s} \hat{\mathbf{e}}_{\parallel s} + E_{\perp s} \hat{\mathbf{e}}_{\perp s}$$

$$\hat{\mathbf{e}}_{\parallel s} = \hat{\mathbf{e}}_{\theta}, \quad \hat{\mathbf{e}}_{\perp s} = -\hat{\mathbf{e}}_{\phi}, \quad \hat{\mathbf{e}}_{\perp s} \times \hat{\mathbf{e}}_{\parallel s} = \hat{\mathbf{e}}_{r}$$
(7)



Figura 7 – O campo incidente, decomposto em componentes paralelo e perpendicular ao plano de espalhamento.[7]

Mas, para chegar na obtenção da intensidade, foi criada uma matriz de espalhamento 4x4 que relaciona o vetor de radiação incidente ao vetor de campo disperso. A incidência e o espalhamento elétrico dos vetores E_i (campo elétrico incidente) e E_s (campo elétrico espalhado) são representados por matrizes:

$$E_i = \begin{pmatrix} E_{\parallel i} \\ E_{\perp i} \end{pmatrix}$$
 e $E_s = \begin{pmatrix} E_{\parallel s} \\ E_{\perp s} \end{pmatrix}$

A relação entre campo incidente e espalhado pode ser escrito na forma de matriz:

$$\begin{pmatrix} E_{\parallel s} \\ E_{\perp s} \end{pmatrix} = \frac{e^{ik(r-z)}}{-ikr} \begin{pmatrix} T_2 & T_3 \\ T_4 & T_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{\parallel i} \\ E_{\perp i} \end{pmatrix}$$
(8)

Onde o parâmetro $T_k (= A_k e^{i\delta_k})$ depende do ângulo de espalhamento (δ_k) .

O campo elétrico demonstrado acima está escrito de forma generalizada. Para trabalharmos com a intensidade, relacionamos o campo elétrico com os parâmetros de Stokes (Apêndice A), através do produto de Kronecker² $T_i \otimes T_j^*$, para formar a equação matricial:

$$\begin{pmatrix} I_s \\ M_s \\ C_s \\ S_s \end{pmatrix} = \frac{2}{\pi k r} \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} & 0 & 0 \\ T_{12} & T_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T_{33} & T_{34} \\ 0 & 0 & -T_{34} & T_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_i \\ M_i \\ C_i \\ S_i \end{pmatrix}$$
(9)

Esse é um caso geral em que a polarização da luz é considerada. Também são consideradas simetrias que permitem simplificar alguns coeficientes. Entretanto, com vistas para o laboratório, onde são feitas medidas da irradiação espalhada, a polarização da luz não é relevante. Assim, o parâmetro T_{11} é o mais significativo para o presente trabalho. Mostraremos a seguir que este parâmetro é proporcional à função de Bessel.

4.2. – Medida do Espalhamento

Segundo Nussenzveig [4], em se tratando de uma abertura (fenda, orifício etc.) a razão entre as intensidades incidente I(0), e espalhada $I(\theta)$ é dada por:

$$\frac{I(\theta)}{I(0)} = \frac{1}{A^2} \left| \int_A e^{-ik\hat{\mathbf{u}}\cdot\mathbf{z}} d^2 z \right|^2$$

² Produto de Kronecker é definido de modo que cada elemento da matriz seja dado por $T_{ij} = T_i T_j^* \forall i, j$.

Admitindo uma abertura circular (um orifício) com raio *a*, a integral se exprime em termos de uma função $J_1(u)$ chamada *função de Bessel de ordem um*, onde $u = k \cdot a \cdot$ sem θ .

A intensidade relativa da luz espalhada por uma abertura circular para um certo ângulo θ é dada por:

$$\frac{I(\theta)}{I(0)} = 4 \left[\frac{J_1(k \, a \, \sin \theta)}{k \, a \, \sin \theta} \right]^2 \tag{10}$$

O princípio de Babinet³ permite afirmar que um orifício circular, descreve o espalhamento da luz por um obstáculo de forma circular: esfera, lente (disco cilíndrico).

4.3. - Parâmetros do filme

Os parâmetros necessários para a formulação do filme estão descritos abaixo, juntamente com os respectivos intervalos de pesquisa, sendo dados essenciais para a obtenção da extinção da radiação ultravioleta.

Identidade	Símbolo	Intervalo	Unidade de medida
Comprimento de onda	λ	$0,2 \rightarrow 0,4$	μm
Índice de refração do objeto	n_1	1,1 → 1,9	
Absorbância do objeto	<i>k</i> ₁	$\begin{array}{c} 0 \ ou \\ 10^{-10} \rightarrow 10^{-3} \end{array}$	
Índice de refração do meio	n_2	$\begin{array}{c} 1 \rightarrow 1,9 \\ n_2 \leq n_1 - 0,1 \end{array}$	
Absorbância do meio	<i>k</i> ₂	$\begin{array}{c} 0 \ ou \\ 1 \times 10^{-10} \rightarrow 1 \times 10^{-3} \end{array}$	
Raio	r	$rac{\lambda}{2} ightarrow 10\lambda$	μm
Geometria	geo	1, 2, 3	
Espessura	esp	$2r \rightarrow 20$	μm
Localização do objeto no filme	locom	r ightarrow (esp - r)	μm

³ Este princípio estabelece que uma abertura e um obstáculo, da mesma forma geométrica, as mesmas dimensões e igualmente iluminados, produzem o mesmo padrão de difração [4].

Distância entre os objetos	deo	$2r \rightarrow \\ \tan(\theta_{max}) \cdot (esp - locom)$	μm
Intensidade relativa média	I _{méd}	-	
Fitness	Fitness	$I_{m\acute{e}d} + 2 \cdot (1 - diss)$ e $diss = \exp\left[4\pi \frac{k_2}{\lambda}(esp - locom)\right]$	

Tabela 2: Filme dados reais. (Fonte: Autora)

O Locom e o Fitness foram parâmetros criados para melhorar as análises no respectivo trabalho. A função do Locom é determinar a posição da distribuição das esferas ou cilindros dentro do filme, enquanto o Fitness tem por função relacionar a distribuição estabelecida e o meio (película) e, analisar qual desses dois fatores possuem uma maior interferência sobre a extinção ou diminuição da intensidade do UV.

Pelos resultados obtidos no decorrer do trabalho, o Fitness determinou que a diminuição na intensidade estava ocorrendo devido a absorbância pelo meio e isso não é o foco do trabalho. Sendo a proposta obter a extinção pela distribuição estabelecida, a solução desse problema foi trabalhar com um meio ideal. Essa limitação está na tabela 2, nos intervalos do índice de refração do meio e os coeficientes de absorção do objeto e do meio.

4.4. – Programa VBA

A construção do programa consistiu primeiramente em relacionar os parâmetros para trabalhar com os cálculos. Abaixo está demonstrado o diagrama base na construção do programa:



Figura 8 – Diagrama que consiste na junção dos parâmetros relacionados com Bohren, que juntamente com as geometrias estudadas, vão permitir a obtenção da intensidade luminosa (S_{11}). (Fonte: Autora)

É interessante trabalhar com o campo elétrico pois os cálculos demonstrados para a obtenção da intensidade relativa da luz espalhada relacionada com Bessel, foram baseados no campo elétrico espalhado e incidente tendo por base Bohren [7]. Para a obtenção do filtro foi trabalhado os estudos descritos por Bohren, mas foi preciso conciliar o campo elétrico com as coordenadas (x,y,z). A análise realizada está demonstrada abaixo:

$$\begin{pmatrix} E_{\parallel s} \\ E_{\perp s} \end{pmatrix} = \frac{e^{ik(r-z)}}{-ikr} \begin{pmatrix} S_2 & S_3 \\ S_4 & S_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{\parallel i} \\ E_{\perp i} \end{pmatrix}$$

O campo incidente em termos retangulares:

$$\begin{pmatrix} E_{\parallel i} \\ E_{\perp i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \emptyset & \sin \emptyset \\ \sin \emptyset & -\cos \emptyset \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{xi} \\ E_{yi} \end{pmatrix}$$

Leva a:

$$\begin{pmatrix} E_{xs} \\ E_{ys} \end{pmatrix} = \frac{e^{ik(r-z)}}{-ikr} \begin{pmatrix} S_2 \cos \phi + S_3 \sin \phi & S_2 \sin \phi - S_3 \cos \phi \\ S_4 \cos \phi + S_1 \sin \phi & S_4 \sin \phi - S_1 \cos \phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{xi} \\ E_{yi} \end{pmatrix}$$

Ou:

$$\begin{pmatrix} E_{xs} \\ E_{ys} \end{pmatrix} = \frac{e^{ik(r-z)}}{-ikr} \left(\bar{X} \quad \bar{Y} \right) \begin{pmatrix} E_{xi} \\ E_{yi} \end{pmatrix}$$
$$\bar{T} = (\bar{X}, \bar{Y})$$

Para a esfera e cilindro por questão de simetria,

 $S_3 = S_4 = 0$

$$\bar{T} = \begin{pmatrix} S_2 \cos \emptyset & S_3 \sin \emptyset \\ S_4 \sin \emptyset & -S_1 \cos \emptyset \end{pmatrix}$$

Para luz não polarizada \rightarrow plana: $\emptyset = 0$

$$\bar{T} = \begin{pmatrix} S_2 & 0\\ 0 & -S_1 \end{pmatrix}$$

 S_2 e $-S_1$ representam a transformação para componentes x e y



Figura 9 – Demonstração do plano a ser trabalhado e analisado em coordenadas (x,y,z). (Fonte: Autora)

O algoritmo que Bohren escreveu consiste em uma matemática complexa, onde, a série de Bessel é um somatório infinito e Bohren impõe um corte para trabalhar com números complexos para a esfera [7]. Com o Bohren foram obtidos os coeficientes da matriz de espalhamento $S_1 \, e \, S_2$ que foram relacionados para a obtenção da intensidade, mas para conseguir uma melhor análise da intensidade obtida em um determinado ângulo foi decidido cortar no ângulo máximo (ponto máximo). Esse procedimento foi realizado porque, pela relação com Bessel e analisando o gráfico da intensidade espalhada na Fig. 10, pode-se perceber que após a segunda curva a intensidade é próxima a zero, portanto, dar continuidade depois da segunda curva não agrega informações importantes para obter o filtro. Abaixo está demonstrado o corte estabelecido de acordo com o ângulo máximo:



Figura 10 – Demonstração do ponto máximo (corte realizado para a análise). (Fonte: Autora)

A partir dos coeficientes estabelecidos efetuou-se uma relação deles com a geometria analisando o foco (x_o, y_o) , as distâncias dos objetos (cilindros ou esferas) e os ângulos $S_1(\theta), S_2(\theta)$, obtendo então o S_{11} que é a intensidade luminosa, sendo a contribuição de todos os objetos.

4.4.1 – Vizinhos

Para configurar e relacionar os parâmetros a fim de formar o filme, é necessário estudar a estrutura que será utilizada na distribuição das esferas ou cilindros, portanto, compreender os vizinhos que envolvem a esfera/cilindro central são de extrema importância. Pela análise dos vizinhos é possível saber qual será a extremidade necessária na distribuição dos objetos e assim obter a extinção da radiação ultravioleta.

A análise no presente trabalho envolveu estudar as estruturas geométricas, linear, quadrática e triangular que possuem um ponto central (objeto) permitindo uma observação mais clara para ter a distribuição sendo separada por primeiros vizinhos, segundos vizinhos e assim por diante.

Tendo a Fig. 10 como exemplo, onde os dados foram retirados de Nussenzveig [3] na pág. 109, o primeiro mínimo ocorre em $1,22\pi$, o segundo em $2,23\pi$, esses valores referem-se a uma função idealizada. Para o mínimo $\frac{I(\theta)}{I(0)} = 0$, temos que $k.a. \operatorname{sen}(\theta) = 1,22\pi$ com os dados de Bohren [7] leva aos ângulos 22 e 70 graus para serem utilizados nos cálculos. Os dois mínimos serão utilizados para determinar o tamanho do filtro (número de vizinhos).

Abaixo pode-se observar a relação com os parâmetros citados seguidos da distribuição das esferas com a presença dos vizinhos e a angulação (θ) que irá permitir a interação com os outros raios e assim obter a extinção da radiação.



Figura 11 – Elementos geométricos do espalhamento da luz por um filtro discreto constituído, por esferas ou cilindros distribuídos no plano. (Fonte: Autora)

Sendo r o raio, h distância, d distância entre os objetos, $R_i ..., \rho_i$

Para compreensão das geometrias bilinear e trilinear e poder visualizar suas disposições no filme proposto, abaixo estão representadas as análises feitas para as geometrias que serão de extrema importância nos resultados obtidos para a extinção da radiação ultravioleta.



Figura 12 – Distribuição Bilinear. (Fonte: Autora)

Coordenadas:

$$V_1 = (0,0)$$
$$V_2 = \left(\frac{d}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}d\right)$$

$$V_3 = (d, 0)$$

$$B_1 = \left(0, \frac{\sqrt{3}}{3}d\right)$$
$$B_2 = \left(\frac{d}{2}, \frac{\sqrt{3}}{6}d\right)$$
$$B_3 = \left(\frac{d}{2}, 0\right)$$



Figura 13 – Distribuição Trilinear. (Fonte: Autora)

Coordenadas:

$$V_1 = (0, 0)$$

 $V_2 = (0, d)$
 $V_3 = (d, 0)$

$$B_1 = \left(0, \frac{d}{2}\right)$$
$$B_2 = \left(\frac{d}{2}, \frac{d}{2}\right)$$
$$B_3 = \left(\frac{d}{2}, 0\right)$$

4.4.2 – Intensidade

A importância para calcular a intensidade relativa média envolve a conciliação de todos os dados que permitem analisar a eficiência das interações estabelecidas e avaliar qual filme possui a menor intensidade relativa média. Essa intensidade relativa média é obtida pelo princípio de superposição dos campos eletromagnéticos espalhados pelos objetos locais.

O cálculo necessário para possuir a intensidade relativa média é baseado em uma integral numérica em 2D. O objetivo é alcançar um valor aproximado de integração, usando fórmulas que envolvam a função que se deseja integrar nos pontos que tem à disposição, determinando a área sob uma curva no plano cartesiano. A análise foi baseada em Simpson que trabalha com uma função em um determinado intervalo, onde a aproximação da função é realizada por um polinômio de Lagrange de 2° grau.

A regra de Simpson composta por ser generalizada, permite a utilização de mais intervalos, tendo n+1, n sendo par, pode-se construir n/2 intervalos obtendo a seguinte fórmula que foi utilizada na geometria linear:

$$I = \int_{a}^{b} f(x)dx$$

= $\sum_{k=1}^{n/2} \int_{x_{2k-2}}^{x_{2k}} f(x)dx$
 $\approx \sum_{k=1}^{n/2} \frac{h}{3} [f(x_{2k-2}) + 4f(x_{2k-1}) + f(x_{2k})] \equiv Q_{SC}[f]$

Para as geometrias bilinear e trilinear foram construídos gráficos 3D, portanto, foi feita uma matriz relacionando x e y, e para conseguir trabalhar com todos os dados, a solução foi usar uma integral dupla.

$$I_{num} = \frac{h_x \cdot h_y}{9} \cdot \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{M} \begin{cases} \left[f(x_{2i-2}, y_{2j-2}) + 4 \cdot f(x_{2i-1}, y_{2j-2}) + f(x_{2i}, y_{2j-2}) \right] + \\ + 4 \left[f(x_{2i-2}, y_{2j-1}) + 4 \cdot f(x_{2i-1}, y_{2j-1}) + f(x_{2i}, y_{2j-1}) \right] + \\ \left[f(x_{2i-2}, y_{2j}) + 4 \cdot f(x_{2i-1}, y_{2j}) + f(x_{2i}, y_{2j}) \right] \end{cases}$$

Sendo: $h_x = \left(\frac{b-a}{2N}\right), h_y = \left(\frac{d-c}{2M}\right)$

Após a relação pela regra de Simpson foi possível calcular a média da intensidade:

$$I_{m\acute{e}dia} = \frac{h_x \cdot h_y}{9} \cdot \frac{Soma \ total}{\acute{A}rea}$$

A diminuição da intensidade do UV se dá pela geometria trabalhada, que pelas análises obtidas e os resultados que serão apresentados, a geometria possui a maior interferência na diminuição do UV. Isso ocorre pela interação realizada no filme que irá "barrar" uma porcentagem da luz pelo caminho óptico que levará a interferência destrutiva, onde, os dados obtidos da intensidade relativa média são captados pela luz transmitida.



Figura 14 – Representação da interação da luz com a geometria estabelecida no filme depois do ponto (espessura-locom). (Fonte: Autora)

4.5. - Algoritmo Genético

O algoritmo genético é um método de otimização que é baseado no processo de evolução. Introduzido por John Holland com a ideia da sobrevivência do mais apto, sendo um programa que obterá resultados que seguem todas as especificações para a obtenção do resultado ideal. [11]

A otimização tem por objetivo buscar a melhor solução para a resolução de um problema. Isso é obtido por trabalhar com vários caminhos para a obtenção da solução e a partir disso analisar e estabelecer um parâmetro para conseguir resultados cada vez melhores.

As técnicas para a otimização consistem em: apresentar um espaço de busca que irá conter todas as possíveis soluções para o problema e ter uma função objetivo que é utilizada para avaliar as soluções produzidas. [11]

O algoritmo genético pode ser relacionado com um cromossomo que possui toda informação genética. Portanto, o algoritmo para obter a melhor solução precisa de todas as informações necessárias para ter a resolução para o problema.

No programa VBA, utilizando o algoritmo genético, foi criado uma linha de análise para obter os melhores resultados para as geometrias linear, bilinear e trilinear. Logo, foi criado uma "sociedade de números" constituída das seguintes etapas:

- População inicial
- CrossOver
- Exame do filho
- Formatura
- Ingresso na população

A população inicial foi constituída com 1000 indivíduos, ou seja, 1000 filmes com diferentes valores para cada parâmetro. Depois dessa etapa, o CrossOver e o exame do filho consistem na junção de dois filmes (mãe e pai) que vão gerar um novo filme, que sofrerá uma avaliação para termos o controle e verificar se está nos padrões estabelecidos descritos na Tabela 2. As últimas duas etapas consistem em organizar os novos filmes e avaliar se possuem características melhores (intensidade média) para serem incluídos na população. E esse processo ocorrerá até obter os melhores resultados. A cada 200 novos indivíduos consideramos uma nova geração.

No presente trabalho, para os resultados que serão descritos na Seção 5 trabalhamos com 173 gerações.

5. APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

5.1 – Zona de Brillouin

Para as geometrias bilinear e trilinear, foram criados gráficos em 3D para se ter uma visão sobre os valores obtidos, como já foi citado. Tal raciocínio envolveu relacionar a zona de Brillouin, que é uma célula primitiva, para impor um limite nos cálculos a serem realizados deixando o programa eficiente. Mas para obter essa mudança foi necessário verificar se a simetria continuava a mesma com a zona de Brillouin ligada e desligada, ou seja, tendo a presença dos vizinhos no programa.

Após as análises realizadas, pode-se confirmar a utilização do Brillouin no programa, sendo eficiente para ambas as geometrias. Nos gráficos obtidos com o Brillouin ligado, houve uma amplificação na imagem, mas a simetria e a intensidade média foram mantidas, indicando que tanto o Brillouin ligado ou desligado podem ser utilizados e os cálculos permanecerão corretos.

5.2 - Gráfico da extinção do UV

Com a configuração e análise de todos os cálculos necessários para o programa VBA, foi obtido a diminuição da intensidade da radiação ultravioleta com a interferência unicamente das geometrias estudadas no presente trabalho.

Os gráficos obtidos demonstraram os melhores resultados para a geometria linear, bilinear e trilinear. Enfatizando que, pelos filmes gerados pelo algoritmo genético, a melhor configuração do filme foi para a geometria trilinear.

Os valores dos parâmetros utilizados estão representados abaixo, seguidos pela representação gráfica de cada geometria.

Parâmetros	Linear	Bilinear	Trilinear
Lambda / µm	0,36252	0,35652	0,24803
<i>n</i> ₁	1,55086	1,30924	1,46555
<i>k</i> ₁	1,235E-06	8,08E-9	0
Raio / µm	0,23221	1,17806	0,19222
Deo / µm	0,49521	2,83279	0,52646
geo	1	2	3
Esp / μm	8,64212	15,5427	8,24821
<i>n</i> ₂	1,43473	1,11209	1,02279
k2	0	0	0
Locom / µm	0,96122	1,98307	0,74578
I _{méd}	0,540921	0,714243	0,481193

Tabela 3 – Dados reais dos filmes para as geometrias (linear, bilinear e trilinear). (Fonte: Autora)

Na tabela 3, os valores dos índices de refração das geometrias linear, bilinear e trilinear seguem a variação estabelecida do $n_1 > n_2$ para justamente não ter uma grande interferência do meio sobre a extinção do material. Essa análise considera a espessura trabalhada e os coeficientes de absorção que conforme os valores retratados foram 0 (zero) ou próximos à zero. Esses fatores permitiram resultados intrigantes que envolvem unicamente a geometria estabelecida (linear, bilinear e trilinear).

Incerteza obtida pela diferença finita de 5 pontos:

Geometria	I _{méd}
Linear	0,540921 (13)
Bilinear	0,714243 (77)
Trilinear	0,481193 (28)

Tabela 4 – Melhor estimativa das intensidades relativas médias obtidas para cada geometria. (Fonte:

As incertezas calculadas acima indicam a confiabilidade na intensidade relativa média obtida para as três geometrias, validando todos os cálculos realizados e confirmando a eficiência da interferência da geometria na diminuição do UV. No Apêndice E está descrito a obtenção da incerteza finita de 5 pontos.



Geometria Linear

Figura 15 – Intensidade em função da posição obtida pela geometria linear. (Fonte: Autora)

No gráfico da geometria linear pode-se notar a existência de simetria entre os cinco cilindros distribuídos paralelamente no filme que estão localizados em -1,0, -0,5, 0, 0,5 e 1,0 μ m. Pela distribuição dos cilindros, é possível observar que a interação entre eles permite uma diminuição da radiação UV. Os picos que estão próximos de 0,6 de intensidade representam os espaços vazios entre os cilindros, que permite uma passagem maior da luz incidente.

Geometria Bilinear:



Figura 16 – Intensidade em função da posição obtida pela geometria bilinear. (Fonte: Autora)

No gráfico acima é possível analisar a distribuição das cinco esferas na estrutura quadrática sendo que uma dessas esferas está posicionada na área central.

O pico de coloração azul clara possui uma alta intensidade, porque esse é o ponto de incidência da luz, sendo o ponto com a maior intensidade na estrutura. Com o decaimento das cores, pode-se observar a diminuição da radiação ultravioleta principalmente na região alaranjada com uma variação de 0,5 - 1 de intensidade. Esses valores retratam a interação das esferas com a geometria trabalhada, obtendo cerca de 30% da diminuição da luz incidente.

Os eixos x e y descritos no gráfico representam os dados necessários para formulação do gráfico 3D no programa VBA.

Geometria Trilinear:



Figura 17 – Intensidade em função da posição obtida pela geometria trilinear. (Fonte: Autora)

O gráfico trilinear acima representa o melhor resultado da intensidade relativa média, conseguindo ter uma diminuição do UV maior que 50%. Tal resultado foi obtido, como já foi ressaltado, pela geometria trabalhada.

Existem 7 esferas distribuídas na estrutura trilinear. A distribuição das esferas permitiu que a variação da intensidade ficasse entre 0,4 - 0,6, pelas colorações verdes e azul claras.

O pico mais intenso possui uma intensidade que varia entre 0,6 - 0,7, valores consideráveis por estarmos tratando de um pico.

6. CONCLUSÕES

Para a obtenção da intensidade, foi trabalhado uma luz espalhada 3D que foi tratada pela função da onda. O vetor de Poynting estima o fluxo de energia, logo, está diretamente ligado à intensidade da luz e, portanto, no presente trabalho foi possível demonstrar que o vetor está relacionado com a Função de Bessel. Com o estudo da Função de Bessel, foi possível estimar a intensidade em diferentes graus no entorno do eixo de simetria, da esfera e do cilindro.

Com a obtenção da intensidade foi criado um programa VBA (Visual Basic for Applications) que permitiu relacionar todos os parâmetros. A otimização para os parâmetros apresentados foi feita pelo algoritmo genético, que permitiu estabelecer limites e obter a melhor configuração para o filme proposto.

Os estudos foram realizados valorizando o meio ideal, considerando primeiramente os objetos descritos (esferas ou cilindros) e as geometrias estabelecidas, permitindo uma análise sobre a diminuição da radiação ultravioleta que sofre interferência unicamente pela estrutura. Logo, os resultados ressaltados foram obtidos considerando o meio ideal e, pode-se entender que tendo o complemento do substrato (meio/película) na conformação do filme, a diminuição do UV será maior.

No presente trabalho não foi possível obter a extinção da radiação ultravioleta, mas obtivemos dados favoráveis para diminuir o problema proposto, com a estruturação de uma película que teve uma diminuição maior que 50% do UV com o auxílio da geometria estabelecida.

Os melhores resultados para a intensidade relativa média foram da geometria trilinear que conseguiu diminuir o UV em 52% com uma incerteza obtida pela diferença finita de cinco pontos de $2,8 \times 10^{-5}$, seguida pela geometria linear com 46% e incerteza de $1,3 \times 10^{-5}$. A diferença entre ambas trouxe dados excepcionais para as configurações realizadas pelo algoritmo genético, sendo que a diminuição da radiação ultravioleta possui uma diferença de 12% entre as geometrias citadas.

A utilização de esferas possui uma grande influência sobre a diminuição da intensidade, confirmando que a troca realizada dos cilindros para as esferas trouxe resultados mais eficazes para o comprimento de onda trabalhado. O material para a configuração do melhor filme apontou que o dióxido de silício para as esferas, sendo uma composição disponível na natureza e economicamente mais viável.

37

Portanto, o presente trabalho obteve resultados confiáveis e uma eficiência intrigante para a aplicação industrial. Pelas distribuições das esferas e considerando a presença de uma película, a extinção poderá ser maior ou até mesmo aumentar o espectro de extinção. Pela confiabilidade dos resultados apresentados, o trabalho futuro envolve variar a distribuição do tamanho das esferas na estrutura.

7. REFERÊNCIAS

 [1] HALLIDAY, David, RESNICK, Robert & WALKER, Jearl. Física 4 – Óptica moderna 4a. Edição – LTC Livros Técnicos Científicos – Rio de Janeiro, 1991. Acesso em: 2 de mar de 2020.

[2] GHENUCHE, Petru et al. Optical extinction in a single layer of nanorods. **Physical** review letters, v. 109, n. 14, p. 143903, 2012.

[3] WIKIPEDIA. Radiação eletromagnética. Disponível em:
 <https://pt.wikipedia.org/wiki/Radia%C3%A7%C3%A3o_eletromagn%C3%A9tica>.
 Acesso em: 2 de mar de 2020.

[4] NUSSENZVEIG, Herch Moysés. Curso de Física Básica. Vol.4, 7.ed. São Paulo:Editora Blucher, 1998. Acesso em: 2 de fev de 2020.

[5] IANNINI, Mauro Lucio Lobão. Solução do problema da difração na abertura circular. Revista Brasileira de Ensino de Física. v.34, n.3, 3309. Novembro de 2012.

[6] KEISER, Gerd. Optical fiber communications. **Wiley encyclopedia of telecommunications**, 2003. Acesso em: 5 de jun de 2021.

[7] BOHREN, C. F., HUFFMAN, D. R. Absorption and Scattering of Light by Small Particles. England: John Whiley & Sons, 2004.

[8] SHURCLIFF, W. A. Polarized light: Production and Use. Harvard University, 1962.

[9] WIKIPEDIA. Ficheiro: Circular.Polarization.Circularly.Polarized.Light Circular.Polarizer Creating.Left.Handed. Disponível em: <https://pt.m.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Circular.Polarization.Circularly.Polarized.Lig ht_Circular.Polarizer_Creating.Left.Handed.Helix.View.svg>. Acesso em: 4 de mar de 2020.

[10] COURTNEY'S CHEMISTRY. Light: Wave, Particle, or Both? Disponível em: < https://sites.google.com/a/coe.edu/courtney-s-chemistry/home/light-wave-particle-orboth>. Acesso em: 25 de mar de 2021.

[11] DE LACERDA, Estéfane GM; DE CARVALHO, ACPLF. Introdução aos algoritmos genéticos. Sistemas inteligentes: aplicações a recursos hidricos e ciências ambientais, v. 1, p. 99-148, 1999.

[12] Diferenças Finitas. Reamat, 2020. Disponível em: < https://www.ufrgs.br/reamat/CalculoNumerico/livro-sci/dn-diferencas_finitas.html>.
Acesso em: 15 de jun de 2021.

[13] PASQUA, Norberto. Incerteza de medidas indiretas. **Filofima.** Disponível em: < https://www.filofima.com.br/index.html>. Acesso em: 12 de jun de 2021.

[14] ABHYANKAR, K. D., FYMAT, A. L. Relations between the Elements of the Phase Matrix for Scattering. Journal of Mathematical Physics. Disponível em: https://doi.org/10.1063/1.1664786>.

[15] HALLIDAY, RESNICK e WALKER. Fundamentos da Física. Vol. 2 - 9^a Ed. LTC.
[16] ARFKEN, G. B., WEBER, H. J. Mathematical Methods for Physicists. 4 ed.
London: Academic Press, 1995.

[17] DE ABAJO, FJ Garcia. Colloquium: Light scattering by particle and hole arrays. **Reviews of Modern Physics**, v. 79, n. 4, p. 1267, 2007.

[18] LAROCHE, Marine et al. Tuning the optical response of nanocylinder arrays: An analytical study. **Physical Review B**, v. 74, n. 24, p. 245422, 2006.

[19] ZÍLIO, Sérgio Carlos. Óptica moderna: fundamentos e aplicações. Instituto de Física de São Carlos, 2009.

8. APÊNDICES

• APÊNDICE A – PARÂMETROS DE STOKES

Os parâmetros de Stokes são obtidos considerando experimentos hipotéticos com luz monocromática e diversos polarizadores ideais que não afetam a irradiância. Esta, relacionada ao módulo do campo elétrico como $I = EE^*$, é registrada no detector.



Figura 4 – O detector mede a irradiância da luz que passou pelo polarizador. [7]

O campo elétrico decomposto em perpendicular, E_{\perp} , e paralelo, E_{\parallel} , conforme Fig. 4 possibilita idealizar os experimentos a seguir.

Experimento I. Não polarizada

$$I = I_{\parallel} + I_{\perp} = E_{\parallel}E_{\parallel}^{*} + E_{\perp}E_{\perp}^{*}$$
(13)

Experimento II. Polarizada Horizontal e Vertical

$$Q = I_{\parallel} - I_{\perp} = E_{\parallel} E_{\parallel}^* - E_{\perp} E_{\perp}^*$$
(14)

Experimento III. Polarizada +45° e -45°

Define-se os versores $\hat{\mathbf{e}}_{+} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{\mathbf{e}}_{\parallel} + \hat{\mathbf{e}}_{\perp})$ para polarização +45° e $\hat{\mathbf{e}}_{-} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{\mathbf{e}}_{\parallel} - \hat{\mathbf{e}}_{\perp})$ para polarização -45°, os quais permitem escrever

$$U = I_{+} - I_{-} = E_{\parallel} E_{\perp}^{*} + E_{\perp} E_{\parallel}^{*}$$
(15)

Experimento IV. Polarização Circular

Define-se os versores $\hat{\mathbf{e}}_R = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{\mathbf{e}}_{\parallel} + i\hat{\mathbf{e}}_{\perp})$ para polarização circular direita e $\hat{\mathbf{e}}_L = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{\mathbf{e}}_{\parallel} - i\hat{\mathbf{e}}_{\perp})$ para polarização circular esquerda, os quais permitem escrever

$$V = I_R - I_L = i \left(E_{\parallel} E_{\perp}^* - E_{\perp} E_{\parallel}^* \right)$$
(16)

Com isso, temos relações para a intensidade e o estado de polarização no campo, que podem ser representados por quatro vetores derivados da intensidade dos campos elétricos. Se $I^{(i)}$ e $I^{(s)}$ são os vetores de intensidade e espalhamento, respectivamente,

$$I^{(s)} = \begin{pmatrix} I_s \\ Q_s \\ U_s \\ V_s \end{pmatrix}, \quad I^{(i)} = \begin{pmatrix} I_i \\ Q_i \\ U_i \\ V_i \end{pmatrix}$$

Obtemos a seguinte relação,

$$I^{(s)} = P \cdot I^{(i)} \tag{17}$$

que envolve o módulo do vetor de Poynting, onde P é a matriz de espalhamento dada por

$$P = \frac{1}{k^2 r^2} \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & T_{34} \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} & T_{44} \end{pmatrix}$$
(18)
$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad r = a$$

Sendo k número de ondas e r raio do material. Desses fatores, o mais importante para o presente trabalho é o I, pois

$$I^2 \ge Q^2 + U^2 + V^2$$

Pois a relação entre o espalhado I_s e o Incidente I_i leva à função de Bessel.

• APÊNDICE B – ESPALHAMENTO POR ESFERA

Uma onda monocromática incidente em partícula é espalhada conforme ilustrado na Fig.18.



Figura 18 – Espalhamento por uma partícula arbitrária.[7]

A onda eletromagnética que deixa a partícula propagar-se com geometria esférica. Equação da onda em coordenadas esféricas é a forma

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\psi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\psi}{\partial\phi^2} + k^2\psi = 0$$
(19)

A solução da eq. (19) por separação de variáveis

$$\psi_n(r,\theta,\phi) = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\phi) \tag{20}$$

Leva a três equações diferenciais

$$\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR}{dr}\right) + \left[k^2r^2 - n(n+1)\right]R = 0$$
(21)

$$\frac{d^2\Phi}{d\phi^2} + m^2\phi = 0 \tag{22}$$

$$\frac{1}{\operatorname{sen}\theta}\frac{d}{d\theta}\left(\operatorname{sen}\theta\frac{d\Theta}{d\theta}\right) + \left[n(n+1) - \frac{m^2}{\operatorname{sen}^2\theta}\right]\Theta = 0$$
(23)

A combinação das soluções das equações (22) e (23), $\Phi(\phi) = e^{im\phi}$, $\Theta(\theta) = P_n^m(\cos\theta)$, $(P_n^m \text{ é o polinômio de Lagendre})$ forma o chamado harmônico esférico.

$$\psi_{mn}(r) = \underbrace{e^{im\phi}P_n^m(\cos\theta)}_{harmonico\ esferico}R(r)$$

A solução da equação (23) inclui a função de Bessel, a qual é a mais importante no presente estudo. Introduzindo a função $Z = R\sqrt{\rho} \operatorname{com} \rho = kr \to dr = \frac{1}{k}d\rho$ a eq. (23) é reescrita como

$$\frac{d}{d\rho} \left[\rho^2 \frac{dR}{d\rho} \right] + \left[\rho^2 - n(n+1) \right] R = 0$$

e $R = Z/\sqrt{\rho}$

$$\frac{dR}{d\rho} = \frac{1}{\sqrt{\rho}} \frac{dZ}{d\rho} + \left(-\frac{1}{2}\right) \frac{Z}{\rho^{3/2}}$$

Então

$$\frac{d^2R}{d\rho^2} = \frac{d}{d\rho} \left[\rho^{-1/2} \frac{dZ}{d\rho} - \frac{\rho^{-3/2}}{2} Z \right]$$

Na equação

$$\rho^{2} \left[\rho^{-1/2} Z'' - \rho^{-\frac{3}{2}} Z' + \frac{3}{4} \rho^{-5/2} Z \right] + 2\rho \left[\rho^{-1/2} Z' - \frac{\rho^{-3/2}}{2} Z \right]$$
$$+ \left[\rho^{2} - n(n+1) \right] Z \rho^{-1/2} = 0$$

$$\rho^{\frac{3}{2}}Z'' + \rho^{\frac{1}{2}}Z' - \frac{1}{4}\rho^{-\frac{1}{2}}Z + [\rho^2 - n(n+1)]Z\rho^{-\frac{1}{2}} = 0$$

Multiplicando por $\rho^{1/2}$, temos

$$\rho^2 Z'' + \rho Z' - \frac{1}{4}Z + [\rho^2 - n(n+1)]Z = 0$$

ou

$$\rho \frac{dZ}{d\rho} \left[\rho \frac{dZ}{d\rho} \right] + \left[\rho^2 - \left(n^2 + n + \frac{1}{4} \right) \right] Z = 0$$

Chegamos na forma esférica

$$\rho \frac{d}{d\rho} \left(\rho \frac{dZ}{d\rho} \right) + \left[\rho^2 - \left(n + \frac{1}{2} \right)^2 \right] R = 0$$
(24)

Fazendo $m = n + \frac{1}{2}$ a solução da eq. (24) são as funções esféricas de Bessel com destaque para a de primeira espécie, $J_m(\rho)$, conforme Apêndice E, ou seja

$$J_m(\rho) = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(-1)^p}{p! \, (p+m)!} \left(\frac{\rho}{2}\right)^{2p+m} \tag{25}$$

Assim, a solução radial da eq. (21) é da forma

$$R_m(r) = \frac{1}{\sqrt{\rho}} J_m(\rho) \quad m = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \dots$$
(26)

Lembrando que $\rho = kr$, onde k é o número de onda, r é o raio da esfera e a ordem é $m = 1 + \frac{1}{2}$.

• APÊNDICE C – ESPALHAMENTO POR CILINDRO

Uma onda monocromática incidente em um cilindro infinito é espalhada conforme ilustrado na Fig.19. O campo elétrico espalhado é mais facilmente tratado considerando um sistema de coordenadas cilíndricas.



Figura 19 – Luz Espalhada por Cilindro Infinito.[7]

A propagação da onda espalhada é descrita pela equação da onda em coordenadas cilíndricas

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\psi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\phi^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} + k^2\psi = 0$$
(27)

A solução da eq. (27) por separação de variáveis é leva a

$$\psi_n(r,\phi,z) = Z_n(\rho)e^{in\phi}e^{ikz\cos\zeta} \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, ...)$$
(28)

onde $\rho = kr \operatorname{sen} \zeta$, $k = \frac{2\pi}{\lambda} \operatorname{e} Z_n = J_n(\rho)$ é solução da equação de Bessel

$$\rho \frac{d}{d\rho} \left(\rho \frac{d}{d\rho} Z_n \right) + (\rho^2 - n^2) Z_n = 0$$
⁽²⁹⁾

as quais, dadas como solução de primeira espécie, são

$$J_n(\rho) = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(-1)^p}{p! (p-n)!} \left(\frac{\rho}{2}\right)^{2p+n} \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$
(30)

conforme Apêndice D. Assim, a solução radial da eq. (29) é da forma

$$Z_n(\rho) = J_n(\rho) \quad n = 0, 1, 2, 3, ...$$
 (31)

Lembrando que $\rho = kr$, onde k é o número de onda, r é o raio do cilindro e a ordem é m = 1.

• Apêndice D – FUNÇÃO DE BESSEL

Partindo da eq. (29), que é a equação radial da equação de onda, e escrevendo-a de forma genérica

$$x\frac{d}{dx}\left(x\frac{d}{dx}y\right) + (x^2 - n^2)y = 0$$
(32)

Uma solução para essa equação é por meio de série, ou seja, método de Frobenius [11]. Assumindo a solução da forma

$$y(x) = \sum_{\lambda=0}^{\infty} a_{\lambda} x^{k+\lambda}$$
(33)

onde a_{λ} e k são coeficientes a serem determinados. A diferenciação leva a

$$\frac{dy}{dx} = \sum_{\lambda=0}^{\infty} a_{\lambda}(k+\lambda)x^{k+\lambda-1}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \sum_{\lambda=0}^{\infty} a_{\lambda}(k+\lambda)(k+\lambda-1)x^{k+\lambda-2}$$

e a substituição na eq.(X) resulta

$$\sum_{\lambda=0}^{\infty} a_{\lambda}(k+\lambda)(k+\lambda-1)x^{k+\lambda} + \sum_{\lambda=0}^{\infty} a_{\lambda}(k+\lambda)x^{k+\lambda} + \sum_{\lambda=0}^{\infty} a_{\lambda}x^{k+\lambda+2} - \sum_{\lambda=0}^{\infty} a_{\lambda}n^{2}x^{k+\lambda} = 0$$
(34)

$$a_0[k(k-1) + k - n^2] = 0$$
(35)

Ou seja

$$k = \pm n \tag{36}$$

Para $\lambda = 1$, selecionamos o coeficiente associado à menor potência, ou seja, x^{k+1}

$$a_1[k(k+1) + (k+1) - n^2] = 0$$
(37)

com a eq. (4) obtém-se $a_1 = 0$.

De volta à eq. (33), considerando agora potência x^{k+j} , e ajustando o índice mudo de cada parcela $(\lambda \rightarrow j, \lambda \rightarrow j, \lambda \rightarrow j - 2, \lambda \rightarrow j)$ obtemos

$$\sum_{j=0}^{\infty} \{a_j [(k+j)(k+j-1) + (k+j) - n^2] + a_{j-2}\} x^{k+j} = 0$$
(38)

E fazendo k = n, impomos que

$$a_j[(n+j)(n+j-1) + (n+j) - n^2] + a_{j-2} = 0$$
(39)

Ou, fazendo a troca $j \rightarrow j + 2$ e isolando o coeficiente maior,

$$a_{j+2} = -a_j \frac{1}{(j+2)(2n+j+2)} \tag{40}$$

A qual é chamada de relação de recorrência. Os primeiros coeficientes permitem uma generalização. Partindo de a_0 , tem-se

$$a_2 = -a_0 \frac{1}{2(2n+2)} = -\frac{a_0 n!}{2^2 1! (n+1)!}$$

$$a_4 = -a_2 \frac{1}{4(2n+4)} = +\frac{a_0 n!}{2^4 2! (n+2)!}$$

$$a_6 = -a_4 \frac{1}{6(2n+6)} = -\frac{a_0 n!}{2^6 3! (n+3)!}$$

e generalizando,

$$a_{2p} = (-1)^p \frac{a_0 n!}{2^p p! (n+p)!}$$
(41)

De volta à eq. (33), a solução tem a forma

$$y(x) = a_0 2^n n! \sum_{j=0}^{\infty} (-1)^j \frac{1}{j! (n+j)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{n+2j}$$

O coeficiente a_0 ainda não foi definido. É costume, e conveniente, padronizarmos as soluções escolhendo

$$a_0 = \frac{1}{2^n n!}$$

O somatório é identificado como a função de Bessel de ordem *n*,

$$J_n(x) = \sum_{j=0}^{\infty} (-1)^j \frac{1}{j! (n+j)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{n+2j}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$
(42)

Assim, para eq. (27) com a n-ésima solução é

$$y(x) = J_n(x) \tag{43}$$

• Apêndice E – INCERTEZA DE UMA MEDIDA

Uma medição indireta envolve um modelo matemático trabalhando com todas as grandezas necessárias para obter a incerteza desejada. A incerteza descreve o quão exato

está o valor mensurado, sendo um meio válido para ter confiança sobre o valor encontrado.

No presente trabalho, o modelo matemático utilizado para obter as incertezas foi por diferença finita de cinco pontos que consiste em aproximar a derivada de uma função por fórmulas discretas que requerem um conjunto finito de pares ordenados que são denotados por $y_i = f(x_i)$. [12]

A incerteza descrita foi obtida a partir do polinômio de Lagrange, que é uma interpolação permitindo a junção de funções desconhecidas.

De forma mais generalizada e para poder obter uma ideia mais geral, abaixo está descrita a fórmula da diferença finita em três pontos. [13]

$$\frac{df(x)}{dx} \approx \frac{f(x+\delta x) - f(x-\delta x)}{2\delta x}$$

Exemplo genérico para passo regular:

A função *f* depende de x_1 e de x_2

$$f = f(x_1, x_2)$$

Como $x_1 \Rightarrow x_1 \pm \delta x_1$ e $x_2 \Rightarrow x_2 \pm \delta x_2$ a incerteza é:

$$(\delta f)^2 \approx \left(Df(x_1)\right)^2 + \left(Df(x_2)\right)^2$$

• Três pontos

$$Df(x_1) = \frac{1}{2} [f(x_1 + \delta x_1, x_2) - f(x_1 - \delta x_1, x_2)]$$
$$Df(x_2) = \frac{1}{2} [f(x_1, x_2 + \delta x_2) - f(x_1, x_2 - \delta x_2)]$$

Cinco pontos

$$Df(x_1) = \frac{1}{12} [f(x_1 - 2\delta x_1, x_2) - 8f(x_1 - \delta x_1, x_2) + 8f(x_1 + \delta x_1, x_2) - f(x_1 + 2\delta x_1, x_2)]$$
$$Df(x_2) = \frac{1}{12} [f(x_1, x_2 - 2\delta x_2) - 8f(x_1, x_2 - \delta x_2) + 8f(x_1, x_2 + \delta x_2) - f(x_1, x_2 + 2\delta x_2)]$$

• Apêndice F – TRABALHOS PUBLICADOS

 28° Simpósio Internacional de Iniciação Científica da Universidade de São Paulo (SIICUSP)

• Espalhamento de Ondas Eletromagnéticas por Esferas e Cilindros

2) 22° Simpósio de Iniciação Científica e Tecnologia da Faculdade de Tecnologia de São Paulo (SICT)

• Espalhamento de Ondas Eletromagnéticas por Esferas e Cilindros



ESPALHAMENTO DE ONDAS ELETROMAGNÉTICAS POR ESFERAS E CILINDROS

Vitória Macêdo Costa Brandão¹

Norberto Helil Pasqua²

1.2 Faculdade de Tecnologia de São Paulo

vik.mbrandao@gmail.com

Objetivos

A radiação utravioleta proveniente do Sol (cerca de 12% da radiação solar) atravessa vidros de uma casa ou de um carro, colaborando para esquentar objetos em seu interior. A conseguinte radiação infravermeiha é bioqueada pelo vidro, aumentando o desconforto. O objetivo do projeto é a criação de um filtro, uma película polimérica composta por nanoparticulas esféricas ou cilindricas que levem á extinção da radiação utravioleta.

Métodos e Procedimentos

A equação de onda tridimensional, expandida em série de harmónicos estéricos, permite determinar os coeficientes (Si, I = 1,2,3,4) da matriz de espaihamento de Stokes [1].

$$\binom{E_{1r}}{E_{12}} = \frac{\sigma^{R(r-r)}}{-rkr} \binom{S_2 - S_2}{S_4 - S_1} \binom{E_{11}}{E_{11}}$$
(1)

sendo r a distância da esfera ao detector e o número de onda $k = 2\pi N/\lambda$, com N o Indice de refração da esfera e λ o comprimento de onda. A intensidade relativa é dada por

 $I(\theta) = I (k + \alpha + \alpha + \theta) r^2$

$$\frac{I(\theta)}{I(0)} = 4 \left[\frac{I_{\pi}(k \cdot a \cdot sen\theta)}{k \cdot a \cdot sen\theta} \right]$$
(2)

onde $J_{\theta}(u)$ é a função de Bessel de primeira espècie de ordem $n_{e} \operatorname{com} u = k \cdot a \cdot \operatorname{sen} \theta \in l(0)$ é valor de referência [2].

Resultados

A solução teórica da eq. (2) mostra uma diferença entre a esfera e o cilindro na intensidade da luz espalhada.



Figura 1: Intensidade de luz espaihada para incidência normal (é = 0). (fonte: autora)

Conclusões

interessa analisar propriedades geométricas e físico-químicas das esferas (ou cilíndros) no filtro, de modo a verticar diferença de caminho óptico que leve á extinção.

Dessa forma, faz-se importante avalar o tamanho e a distribuição das esferas no vidro ou película. Para isso, a técnica será a otimização do material utilizando algoritmo genético.

Agradeço ao CNPo pela bolsa de IC.

Referências Bibliográficas

[1] BOHREN, C. F., HUFFMAN, D. R. Absorption and Scattering of Light by Small Particles. England: John Whiley & Sons, 1998.

[2] NUSSENZVEIG, Herch Moysés. Curso de Fisica Básica. Vol.4, São Paulo: Editora Blucher, 1998.

ESPALHAMENTO DE ONDAS ELETROMAGNÉTICAS POR ESFERAS E CILINDROS



Vitória Macêdo Costa Brandão¹, Norberto Helli Pasqua² ^{1,2} Faculdade de Tecnología de São Paulo – Fatec-SP vitoria.brandao@fatec.sp.gov.br, norberto.pasqua@fatec.sp.gov.br

FATEC CNPa

Introdução

A radiação ultravioleta proveniente do Sol (cerca de 12% da radiação solar) atravesas vidros de uma casa ou de um carro, colaborando para esquentar objetos em seu interior. A conseguinte radiação infravermeiha é bioqueada pelo vidro, aumentando o desconforto.

O objetivo do projeto é a criação de uma rede de esferas ou clindros que, incorporada a uma película polmérica sobreposta ao vidro, funcionando como filtro, leve á extinção da radiação ultravioleta.

Metodologia



Figura 1 - Interação luz-matéria. (fonte: edisciplinas.usp.br)



Figura 2 - O campo incidente decomposto em componentes paraleio e perpendicular ao plano de espaihamento [1]. A intensidade relativa da luz espaihada por uma abertura circular de raio a em função do ânguio é dada por [2]:

$$\frac{I(\theta)}{I(0)} = 4 \frac{\left[J_n(k \cdot a \cdot sen\theta)\right]^2}{\left[k \cdot a \cdot sen\theta\right]^2}$$
(1)

onde $J_{0}(u)$ é a função de Bessei de primeira espécie de ordem n, com $u=k\cdot a\cdot \sin\theta, \ k=2\pi N/A e \ 1(0)$ é valor de referincia. Fazendo uso do principio de Babinet, este modeio também pode ser aplicado a uma esfera [2]. Para um clindro a Fig. 3 mostra que tá uma diferença que está sendo investigada.

Resultados



Figura 3 – Intensidade de luz espaihada; no cilindro a incidência é normal; para meio circundante com indice unitário. (fonte: autora)

Conclusão

A Figura 3 mostra que a intensidade da radiação monocromática é função do ángulo de espainamento, interessa analisar propriedades

geométricas e físico-químicas das esferas (ou clíndros) no fibro. Dessa forma, faz-se importante avaliar o tamanho e a distribuição das esferas na película. Para isso, a técnica empregada será a otimização do material utilizando algortmo genético.

Referências

 C. F. Bohren, D. R. Huffman, Absorption and Scattering of Light by Small Particles, England: John Whiley & Sons, 1998.
 Nussenzveig, Herch Moysés, Curso de Fisica Básica, Vol.4, São Paulo: Editora Blucher, 1998.

Agradecimentos

Ao CNPg pelo apoio financeiro. A instituíção Fatec-SP e aos funcionários sempre prestativos.