

**FACULDADE DE TECNOLOGIA DE SÃO JOSÉ DOS CAMPOS
FATEC PROFESSOR JESSEN VIDAL**

**FABIO CARVALHO DA ROSA
FÁBIO RODOLFO CERRITO JÚNIOR
WELINGTON JUNIOR DA SILVA FEITOSA**

**DESENVOLVIMENTO DE UM PÊNDULO SIMPLES
INSTRUMENTADO E DIDÁTICO PARA DETERMINAÇÃO
DA ACELERAÇÃO DA GRAVIDADE**

São José dos Campos
2025

**FABIO CARVALHO DA ROSA
FÁBIO RODOLFO CERRITO JÚNIOR
WELINGTON JUNIOR DA SILVA FEITOSA**

**DESENVOLVIMENTO DE UM PÊNDULO SIMPLES
INSTRUMENTADO E DIDÁTICO PARA DETERMINAÇÃO
DA ACELERAÇÃO DA GRAVIDADE**

Trabalho de Graduação apresentado à
Faculdade de Tecnologia de São José dos
Campos, como parte dos requisitos
necessários para a obtenção do título de
Tecnólogo em Projetos de Estruturas
Aeronáuticas.

Orientador: Dr. Bruno Peruchi Trevisan

São José dos Campos
2025

FICHA CATALOGRÁFICA – Biblioteca Fatec São José dos Campos Prof. Jessen Vidal
Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação

ROSA, Fabio Carvalho.

Desenvolvimento de um pêndulo simples instrumentado e didático para determinação da aceleração da gravidade. / Fabio Carvalho da Rosa, Fábio Rodolfo Cerrito Júnior, Welington Junior da Silva Feitosa – São José dos Campos, 2025.

93f (número total de folhas do TG)

Trabalho de Conclusão de Curso – Curso de Tecnologia em Projetos de Estruturas Aeronáuticas. Faculdade de Tecnologia de São José dos Campos Professor Jessen Vidal, 2025.

Orientador: Dr. Bruno Peruchi Trevisan.

1. Pêndulo simples. 2. Aceleração. 3. Gravidade. I. Faculdade de Tecnologia. FATEC de São José dos Campos: Professor Jessen Vidal. II. Título.

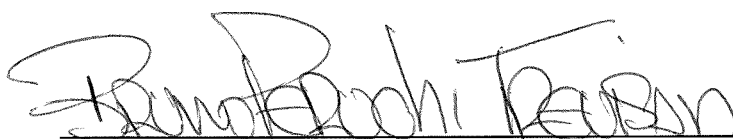
REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ROSA, F. C.; CERRITO JR. F. R.; FEITOSA, W. J. S. **Desenvolvimento de um pêndulo simples instrumentado e didático para determinação da aceleração da gravidade.** 2025. 93f. Trabalho de Conclusão de Curso (Curso Superior de Tecnologia em Projetos de Estruturas Aeronáuticas) - Faculdade de Tecnologia de São José dos Campos Professor Jessen Vidal, São José dos Campos, 2025.

**FABIO CARVALHO DA ROSA
FÁBIO RODOLFO CERRITO JÚNIOR
WELINGTON JUNIOR DA SILVA FEITOSA**

**DESENVOLVIMENTO DE UM PÊNDULO SIMPLES
INSTRUMENTADO E DIDÁTICO PARA DETERMINAÇÃO
DA ACELERAÇÃO DA GRAVIDADE**

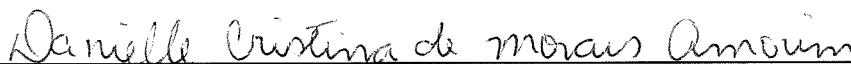
Trabalho de Graduação apresentado à
Faculdade de Tecnologia de São José dos
Campos, como parte dos requisitos
necessários para a obtenção do título de
Tecnólogo em Projetos de Estruturas
Aeronáuticas.



Dr. Bruno Peruchi Trevisan – FATEC/SJC



Dr. Alfred Makoto Kabayama – FATEC/SJC



Dr. Danielle Cristina De Moraes Amorim – FATEC/SJC

24/11/2025

DATA DA APROVAÇÃO

AGRADECIMENTOS

Agradecemos veementemente ao nosso orientador, Bruno Peruchi Trevisan, pela sua excepcional orientação, diferentes ensinamentos que desenvolvemos ao decorrer deste.

Gostaríamos de agradecer à instituição de ensino Faculdade de Tecnologia de São José dos Campos Professor Jessen Vidal, visto que, através de suas aulas e orientações, nos proporcionaram toda uma base necessária para o nosso atual conhecimento.

Manifesto minha mais profunda gratidão à minha mãe, Francisca Vieira Carvalho da Rosa, por seu amor incondicional e apoio constante; ao meu irmão, Felipe Carvalho da Rosa, por sua cumplicidade e amparo ao longo desta caminhada; e à minha namorada, Luana Cristina Souza dos Santos, pelo incentivo incansável e compreensão inabalável.

Em especial, dedico este trabalho à memória do meu pai, Nelson Carlos da Rosa, cuja sabedoria, integridade e generosidade continuam a me inspirar. Seu apoio incondicional e seu amor, sempre presentes em minha trajetória, foram essenciais para minha formação e conquistas.

Fabio Carvalho da Rosa

Gostaria de expressar minha imensa gratidão à minha família, que foi fundamental para a realização deste trabalho. Agradeço ao meu pai, Fábio Rodolfo Cerrito, que sempre me serviu como uma fonte de força e disciplina; à minha mãe, Juliana Pereira Garcia Cerrito, por todo carinho e amor que me dá todos os dias; à minha irmã, Natália Pereira Cerrito, que é meu porto seguro. E por fim, agradeço a mim mesmo, quem muitas vezes é esquecido.

Fábio Rodolfo Cerrito Júnior

Expresso minha mais sincera gratidão aos meus pais, Wellington Feitosa Chaves e Luciene da Silva Chaves, pelo apoio incondicional e amor constante; à minha irmã, Ana Luiza da Silva Chaves, pela parceria e solidariedade ao longo de toda esta jornada; ao meu filho, Hugo Miguel da Silva Santos, cuja presença me inspira diariamente; à minha companheira de vida, Maria Letícia da Silva Santos, pelo apoio incansável e compreensão; e, em memória, ao meu padrinho Nelson Roberto Andrade de Mattos, cuja sabedoria, caráter e generosidade foram fundamentais na minha formação pessoal. A todos, minha eterna gratidão.

Wellington Junior da Silva Feitosa

RESUMO

A aceleração da gravidade é uma força fundamental que atua sobre todas as massas, incluindo as aeronaves. Ao projetar uma aeronave, é crucial entender como a gravidade interage com as vibrações que ocorrem durante o voo. À vista disso, o presente trabalho tem por objetivo final a construção de um pêndulo simples didático instrumentado, que auxiliará aos alunos e ao docente a visualização do Movimento Harmônico Simples (MHS) e o Princípio da Conservação de Energia, conceitos fundamentais da física. Essa prática possibilita uma melhor compreensão dos conceitos de frequência, amplitude e período, além de auxiliar discussões em sala de aula, tornando a aula cada vez mais dinâmica e interessante. Além disso, essa abordagem prática não apenas reforça os conceitos teóricos, mas também estimula o desenvolvimento de habilidades críticas, como a análise de dados e a resolução de problemas. Ao envolver os alunos na construção e experimentação com o pêndulo eletrônico, promove-se um aprendizado ativo e englobado, onde eles podem observar diretamente como as variáveis afetam o movimento do pêndulo. Essa experiência prática também fomenta a curiosidade científica, encorajando os alunos a formular hipóteses e realizar investigações que aprofundam sua compreensão dos fenômenos físicos. Dessa forma, o projeto não só enriquece o aprendizado individual, mas também contribui para um ambiente colaborativo em sala de aula, onde o compartilhamento de descobertas, *insights* e o *brainstorming* se torna parte essencial do processo educativo. A pesquisa, portanto, abrangerá o planejamento, desenho e seleção de materiais adequados à realização do experimento, como corda, peso, uma base estável e o uso da eletrônica, análise de dados e visualização de dados para os testes propostos, com a finalidade principal de determinar a aceleração da gravidade onde o pêndulo atua e compararmos com o valor padrão, a fim de confirmar se o valor encontrado é satisfatório ou não. A fase experimental proposta permite que os alunos realizem medições e observações sobre o comportamento do pêndulo, variando o comprimento da corda e a massa do corpo. O projeto de produto de engenharia, por fim, representa uma integração de manufatura física e digital.

Palavras-Chave: gravidade; vibrações; física; pêndulo instrumentado; didático; eletrônica; análise de dados; visualização de dados; projeto de produto; engenharia; manufatura física; manufatura digital.

ABSTRACT

The gravity's acceleration is an essential force applied to all masses, including aircrafts. When projecting an aircraft, it is important to understand how the gravity interacts with the vibrations that occur in a fly. Therefore, the present work have the final objective the construction of a instrumented didactical simple pendulum, that will help the students and the professor to see the Simple Harmonic Motion (SHM) and the Conservation of Energy Principle, essential physical concepts. This practice possibilities a better comprehension of the frequency, amplitude and the period, in addition to help discussions in class room, being the class more dynamic and interesting. In additon, this approach not only reinforces the theoretical concepts, but stimulate the development of critical habilities, such as data analysis and the solution of problems. To envolve the students to an construction and experimentation with the electronical pendulum, an active and comprehensive learning experience is promoted, and they can directly observe how variables affect the pendulum's motion. This experience practice the scientific curiosity, encouraging the students to formulate hypotheses and conduct investigations that deepen the understanding of physical phenomena. In this way, the Project not only enriches the individual learning, but also contributes to a dynamic classroom, sharing discoveries, insights and realizing brainstorming. The research will encompass the planning, design, and selection of materials suitable for carrying out the experiment, such as strings, weight, a stable base and the use of the electronic, data analysis and data view for the proposed tests, that has the goal to determine the acceleration of the gravity that the pendulum is acting and make a comparision with the standard value of the gravity, in order to confirm if the value found is satisfactory or not. The proposed experimental phase allows students to make measurements and observations about the behavior of the pendulum, varying the length of the string and the mass of the object. The engineering product design process, ultimately, represents an integration of physical and digital manufacturing.

Keywords: gravity; vibrations; physics; pendulum; didatic; electronic; data analysis; data view; product design; engineering; physical manufacturing; digital manufacturing.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	10
1.1. Objetivo Geral	10
1.2. Objetivos Específicos	11
1.3. Proposta Metodológica	11
1.4. Conteúdo do Trabalho	12
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	13
2.1. Introdução às Vibrações e ao Pêndulo Simples	13
2.2. A Medição da Aceleração da Gravidade ao Longo da História.	14
2.2.1 Fase Conceitual a Respeito da Gravidade (Período Clássico).....	14
2.2.2 Fundação da Mecânica Clássica (Idade Moderna)	15
2.2.3 Métodos Modernos e de Alta Tecnologia (Idade Contemporânea).....	15
2.3. Princípios Físicos Fundamentais	15
2.3.1. Energia Potencial e Energia Cinética no Pêndulo	16
2.3.2. Dedução da Fórmula do Período do Pêndulo Simples	17
2.3.3. Reformulação Para Determinação da Aceleração da Gravidade	19
2.3.4. Reformulação Para Geração de Gráfico Comprimento do Fio <i>versus</i> T^2	19
3. DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO.....	20
3.1. Materiais e Lista de Materiais.....	20
3.2. Projeto Estrutural do Pêndulo	22
3.2.1. Projeto da Submontagem FFW-100-001-SA1.....	23
3.2.2. Projeto da Submontagem FFW-100-001-SA2.....	29
3.3. Processo de Fabricação e Montagem do Pêndulo.....	35
3.3.1. Produção da Submontagem FFW-100-001-SA1	35
3.3.2. Processo de montagem da Submontagem FFW-100-001-SA1	38
3.3.3. Produção da Submontagem FFW-100-001-SA2	41
3.3.4. Processo de montagem da Submontagem FFW-100-001-SA2	44
3.3.5. Processo de montagem dos itens FFW-100-001-SA1 e FFW-100-001-SA2.....	44
3.4. Desenvolvimento do Sistema Eletrônico e Metodologia de Medição	45
3.4.1. Projeto do Sistema Eletrônico no TinkerCad	45
3.4.2. Esquema Eletrônico e Detalhamento 2D	49
3.4.2. Componentes Eletrônicos Empregues e Suas Funções.....	50
3.4.3. Processo de Soldagem do Circuito Arduino.	54
3.4.4. Funcionamento do Sistema no Circuito Real	55
3.5. Leitura de Dados Analógicos em Gráficos de Dispersão via Excel.	58
3.6. Funcionamento do Pêndulo Finalizado.	59
3.7. Precificação do Pêndulo	63
4. RESULTADOS E DISCUSSÕES	66
4.1. Combinações Diferentes Empregues no Experimento	66
4.2. Realização dos Experimentos	67
4.3. Cálculo da Aceleração da Gravidade a Partir dos Resultados Obtidos	68
4.3.1. Determinação da Gravidade de Forma Algébrica.....	68
4.3.2. Determinação da Gravidade de Forma Gráfica	69
4.3.3. Fatores Influenciadores no Cálculo	72
4.3.3.1. Comparação Entre os Métodos Algébrico e Método Gráfico	73

4.4. Propostas de Exercícios Didáticos com o Pêndulo.....	74
4.5. Aplicação Didática do Protótipo.....	78
5. CONCLUSÃO.....	80
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	82
APÊNDICE	83

1. INTRODUÇÃO

Os primeiros estudos científicos modernos atrelados ao estudo das vibrações são atribuídos, primordialmente, a Galileu Galilei, que, por meio de verificações realizadas através de um pêndulo simples, foi capaz de compreender fenômenos da física vibratória (BOTTEGA, 2013; ROSS, 1990). Galileu observou a dependência das frequências em relação ao comprimento de uma corda, massa e tensão da corda, além do fenômeno da ressonância, que deve e é levado em consideração em projetos engenhosos até os dias de hoje (BOTTEGA, 2013; TIMOSHENKO, 1937).

Ao compreender o fato de que as pessoas estão cercadas de diferentes tipos de vibrações, os grandes estudiosos perceberam a necessidade do estudo da vibração, a fim de aplicá-las na engenharia e nas estruturas (MEIROVITCH, 2001). Como projetistas, é importante entender o comportamento das vibrações e a forma como se propagam em uma estrutura ou veículo, por exemplo. É graças às vibrações que se pode estabelecer uma ligação telefônica, ou então ouvir músicas por meio de fones de ouvido (BOTTEGA, 2013). Até mesmo a capacidade da fala é oriunda das vibrações geradas pelas cordas vocais (ROSS, 1990).

Os efeitos das vibrações mecânicas no comportamento de sistemas mecânicos e estruturais são, na maioria das vezes, de importância crítica para os projetos, tanto no quesito de desempenho quanto no quesito de resiliência e durabilidade. À vista disso, a disciplina de Vibrações proporciona ao estudante uma análise aprofundada quanto aos movimentos repetidos, ou quase repetidos, de sistemas mecânicos (BOTTEGA, 2013; TIMOSHENKO, 1937).

Dado que o estudo vibratório é interessante de ser visualizado na prática e a fim de corroborar os conceitos teóricos aprendidos em sala de aula, foi idealizada a construção de um pêndulo simples didático, que terá por objetivo final o auxílio nas demonstrações nas disciplinas de Vibrações e Física na Faculdade de Tecnologia – São José dos Campos, contribuindo principalmente para a determinação da aceleração da gravidade através do método empírico.

1.1. Objetivo Geral

O objetivo geral deste trabalho é o desenvolvimento de um pêndulo simples didático, o qual será utilizado pelos professores da FATEC-SJC nas disciplinas de Vibrações e Física. Desta forma, será possível mostrar aos futuros alunos, de forma lúdica e visível, os conceitos de frequência, amplitude e período.

1.2. Objetivos Específicos

Para a consecução deste objetivo geral foram estabelecidos os objetivos específicos:

- Efetivar estudo sobre a determinação da aceleração da gravidade por meio de um pêndulo;
- Selecionar materiais necessários para a confecção do pêndulo, bem como para seu funcionamento;
- Desenvolver um modelo do pêndulo no *software* Catia;
- Desenvolver um modelo de um pêndulo que tenha viés didático;
- Definir estrutura de produto de engenharia de forma organizada e hierárquica;
- Desenvolver um sistema Arduino de aquisição de dados integrado a um cronômetro automático junto ao *software* Excel;
- Atuar na identificação dos processos de fabricação e montagem utilizados na confecção do pêndulo;
- Fabricação do pêndulo com sistema de aquisição de dados de forma automatizada;
- Utilização de manufatura aditiva como forma de metodologia de fabricação;
- Realizar os estudos e testes para comprovar as equações, visualmente.
- Validar e comparar os resultados obtidos empiricamente, algebricamente e graficamente, de forma que o instrumento de medição proporcione resultados satisfatórios.

1.3. Proposta Metodológica

O trabalho em questão visa desenvolver uma bancada a qual seja acessível e eficaz para a determinação da aceleração da gravidade, de maneira que os alunos possam compreender conceitos fundamentais da física de forma prática e visual.

A primeira etapa consiste no projeto mecânico e eletrônico do pêndulo, obtenção de desenhos técnicos organizados e gerenciamento de uma lista de materiais organizada.

Após isso, a construção do pêndulo simples consistiu-se na utilização de materiais de baixo custo (retalhos de alumínio, fio de nylon e dois pesos esféricos), garantindo uma montagem simples, viável e segura. Em seguida, para a coleta de dados, o pêndulo será acoplado a um sistema eletrônico composto por um Arduino e um sensor de proximidade FC-51. Este sistema medirá o tempo de trinta oscilações, exibindo o período médio diretamente no leitor LCD, facilitando o cálculo final da aceleração da gravidade.

Com isso, será possível aplicar a fórmula teórica do período do pêndulo simples, e determinar de forma experimental e empírica, a aceleração da gravidade do local onde o pêndulo atuou.

1.4. Conteúdo do Trabalho

O presente trabalho segue estruturado em cinco capítulos, cujos conteúdos são resumidos a seguir:

No Capítulo 1, a introdução aborda a importância do estudo do pêndulo simples para a compreensão de conceitos fundamentais da física, como o movimento oscilatório e a determinação da aceleração da gravidade através do método empírico.

No Capítulo 2, há uma profunda análise a respeito dos estudos e teorias atreladas ao pêndulo, de forma que são abordados os conceitos teóricos, como a equação do movimento harmônico simples e a fórmula do período do pêndulo simples.

No Capítulo 3, é descrito o processo de elaboração do experimento, incluindo a escolha e especificação dos materiais e a metodologia automática adotada para a realização das medições via Arduino. Também são apresentados os critérios de controle de variáveis do experimento, como o comprimento do fio e as massas utilizadas.

No Capítulo 4, são apresentados os resultados obtidos durante os experimentos realizados, de forma a incluir os tempos medidos e os cálculos realizados para a determinação da aceleração da gravidade. São destacados também as fontes de imprecisão que deverão ser levadas em conta, como a resistência do ar, além de serem apresentadas propostas de exercícios didáticos referentes ao assunto.

No Capítulo 5, a conclusão expõe os principais resultados alcançados e as implicações didáticas do trabalho, de maneira a evidenciar a necessidade do uso do aparato experimental no desenvolvimento do pensamento crítico dos alunos.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O estudo das vibrações mecânicas é fundamental na área de engenharia aeronáutica. As aeronaves, ao estarem sujeitas às forças gravitacionais e aerodinâmicas, sofrem influências diretas das vibrações em sua estrutura. Projetistas utilizam conceitos de análise modal e ressonância estrutural para prever e mitigar os efeitos das vibrações, garantindo a segurança e a durabilidade dos componentes aeronáuticos (BOTTEGA, 2013).

Além disso, a compreensão do comportamento vibratório dos sistemas mecânicos permite a otimização de materiais e o desenvolvimento de novas tecnologias para controle de vibrações em aeronaves.

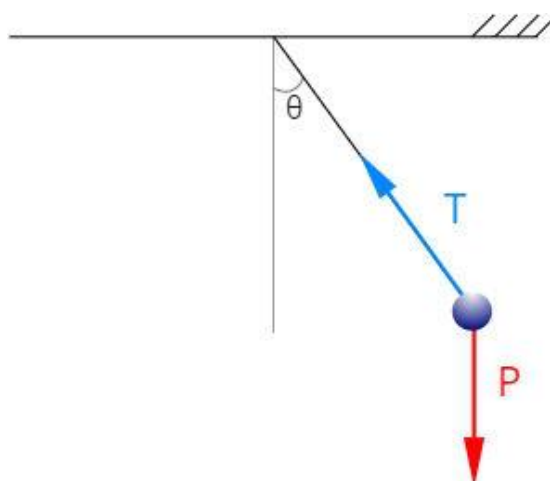
2.1. Introdução às Vibrações e ao Pêndulo Simples

Entende-se por vibrações todo tipo de movimento de um corpo o qual retorna regularmente para certa posição após um intervalo de tempo, além das forças associadas a ele (RAO, 2011).

Embora o movimento oscilatório já fosse discutido entre os gregos desde tempos antigos, a história do pêndulo como ferramenta formalizada para estudo deu partida com Galileu Galilei (1564-1642), na Idade Moderna. Segundo relatos históricos, Galileu Galileu, que realizava constantes pesquisas em Pisa, percebeu que o movimento oscilatório de um pêndulo possuía algum padrão e que o período de oscilação era constante, e que não dependia diretamente da massa do objeto ao qual o fio estava preso (BOTTEGA, 2013). Essa mínima observação deu abertura ao estudo do que é chamado hoje de Movimento Harmônico Simples (MHS), de tal forma que o pêndulo é sempre lembrado.

O pêndulo é um sistema mecânico caracterizado pela existência de uma massa oscilar em torno de uma posição fixa. Este tipo de sistema segue o Princípio da Conservação de Energia, de tal maneira que a energia não é criada nem destruída, e sim transformada de uma forma à outra. É uma aproximação onde não existem forças dissipativas (como o arrasto do ar ou atrito) atuando sobre qualquer componente do sistema, seja massa m ou o fio de comprimento l . Desta forma, o movimento periódico surge em virtude da ação da força peso, exercida pela massa, e da força tração, exercida pelo fio, como é demonstrada na Figura 1. Assim é gerado o vetor que é chamado de força centrípeta (ROSS, 1990).

Figura 1. Forças Atuantes Sobre o Pêndulo Simples



Fonte: Mundo Educação (2010).

O movimento, que surge através da força centrípeta exercida pelo fio, passa a dispor de um período T , isto é, o tempo necessário para se executar uma oscilação completa (HELEBROCK, 2025).

Este período, por sua vez, é independente da massa m . Em contrapartida, ele depende do comprimento l e do valor da aceleração g da gravidade, que não é constante em todos os locais da Terra, como muitos podem pensar (ROSS, 1990).

Durante a oscilação do pêndulo simples, que é um sistema isolado de forças dissipativas, a energia mecânica permanece constante. Em outras palavras, a energia mecânica do sistema, através do Princípio da Conservação de Energia, não se dissipa, uma vez que as transformações entre diferentes tipos de energia ocorrem, como energia cinética ou potencial (ROSS, 1990).

2.2. A Medição da Aceleração da Gravidade ao Longo da História.

A evolução dos métodos de medição reflete a transição do pensamento filosófico para a experimentação controlada e o avanço tecnológico, culminando em instrumentos de alta precisão que são cruciais para a ciência moderna, de forma que impacta nosso dia a dia de diferentes formas.

2.2.1 Fase Conceitual a Respeito da Gravidade (Período Clássico)

Nesta fase, não era primordial a determinação quantitativa de g , mas sim na compreensão qualitativa e conceitual do fenômeno. Conforme dito anteriormente no presente trabalho, a gravidade foi inicialmente idealizada pelos filósofos gregos, de forma que

Aristóteles (século IV a.C.) foi o maior representante deste estudo (HALLIDAY; RESNICK, 2016).

Aristóteles postulava e defendia que a velocidade dos corpos era proporcional ao seu peso, uma visão que dominou o pensamento ocidental por quase dois milênios mas que, do ponto de vista dinâmico moderno, é considerada equivocada (HALLIDAY; RESNICK, 2016).

Apesar de considerada incorreta, este representa um grande esforço intelectual, marcado pela primeira tentativa para classificação e explicação racional do movimento natural dos corpos em direção ao centro da Terra (HALLIDAY; RESNICK, 2016).

2.2.2 Fundação da Mecânica Clássica (Idade Moderna)

Quase dois mil anos depois, Galileu Galilei decidiu pôr à prova o modelo aristotélico através de seus experimentos, de forma que hoje é creditado por ter observado o isocronismo do pêndulo simples, isto é, a constância do período para pequenas amplitudes. Galileu, apesar de não ter derivado uma equação para o fenômeno, ele estabeleceu o pêndulo como um cronômetro natural (HALLIDAY; RESNICK, 2016).

Isaac Newton (1643-1727), que nasceu um ano após a morte de Galileu Galilei, revolucionou a física ao apresentar sua obra *Philosophiae Naturalis Mathematica* (1687), com suas ideias a respeito das Três Leis do Movimento (Lei da Inércia, Princípio Fundamental da Dinâmica e Lei da Ação e Reação) e Lei da Gravitação Universal. Com suas ideias, forneceu as bases matemáticas para a dedução da fórmula do período simples, a qual será mostrada adiante no presente trabalho (HALLIDAY; RESNICK, 2016).

2.2.3 Métodos Modernos e de Alta Tecnologia (Idade Contemporânea)

A partir década de 1930, o estudo da gravimetria, estudo da massa e as variações dos campos gravitacionais, passou a ter uma relação mútua à tecnologia avançada. Desde então, são utilizados instrumentos altamente precisos e tecnológicos para determinação da gravidade, como os gravímetros estáticos e absolutos de queda livre (TIPLER, 2008). Os gravímetros são essenciais na atualidade para estudos relacionados à geofísica moderna (TELFORD, 1976).

2.3. Princípios Físicos Fundamentais

Os principais físicos fundamentais atuantes em um pêndulo são o Princípio da Conservação de Energia e o Movimento Harmônico Simples (MHS).

2.3.1. Energia Potencial e Energia Cinética no Pêndulo

A energia potencial gravitacional do pêndulo depende diretamente da massa em relação ao ponto de equilíbrio do sistema. A energia potencial gravitacional é dada pela Equação 1 (RAO, 2011).

$$U = mgh \quad (1)$$

onde, U é a energia potencial gravitacional (J); m é a massa do corpo (kg); g é a aceleração da gravidade (m/s^2); h é a altura do objeto em relação ao ponto de equilíbrio (m).

No momento em que o pêndulo atinge a máxima altura, o ponto mais alto de sua trajetória, toda sua energia mecânica está contida em potencial gravitacional, visto que a velocidade é zero. A energia mecânica neste instante pode ser dada pela Equação 2 (RAO, 2011).

$$Em = mgh \quad (2)$$

À medida que o pêndulo se movimenta, a energia mecânica passa a ser cinética, evidenciada pelo aumento da velocidade do corpo m , dada pela Equação 3 (RAO, 2011).

$$K = \frac{mv^2}{2} \quad (3)$$

onde, K é a energia cinética do sistema (J); m é a massa do corpo (kg); v é a velocidade da massa (m/s).

No momento em que a massa passa pelo ponto mais baixo de sua trajetória, é onde toda a energia está em sua forma cinética, ou seja, no movimento. Neste ponto, a energia potencial é zero, pois a altura é mínima e não interfere no movimento da massa do pêndulo. A energia mecânica neste instante pode ser descrita através da Equação 4 (RAO, 2011).

$$Em = \frac{mv^2}{2} \quad (4)$$

O movimento do pêndulo, por sua vez, é descrito pela alternância cíclica da energia mecânica do sistema, que permeia entre energia potencial gravitacional e energia cinética.

2.3.2. Dedução da Fórmula do Período do Pêndulo Simples

A dedução da equação do período do pêndulo simples é um elemento central da Fundamentação Teórica, uma vez que estabelece a relação matemática a qual valida o método experimental da determinação da aceleração da gravidade.

A análise teórica do pêndulo simples baseia-se na Segunda Lei de Newton, aplicada ao movimento de uma m suspensa por um fio inextensível de comprimento l sob a ação da gravidade.

Ao deslocar a massa de sua posição de equilíbrio em um ângulo θ , o sistema oscila sob a influência de duas forças principais: a Tração (**T**) exercida pelo fio e a Força Peso (**P**), conforme visto na Figura 1. A Força Peso é representada pela Equação 5 (RAO, 2011).

$$P = mg \quad (5)$$

onde, P é a força peso (N); m é a massa do corpo (kg); g é a aceleração da gravidade (m/s^2).

A força responsável por impulsionar o movimento oscilatório é a componente tangencial do peso, que atua como Força Restauradora.

Na direção do movimento a componente da força peso é dada pela Equação 6 (RAO, 2011).

$$W_t = -W \sin \theta = -mg \sin \theta \quad (6)$$

onde, W_t é a componente tangencial do peso (N); θ é o deslocamento angular (rad).

A força resultante tangencial é igual ao produto entre massa e a aceleração tangencial, definida pela Equação 7 (RAO, 2011).

$$F = m A_t \quad (7)$$

onde, F é a força resultante (N); A_t é a aceleração tangencial (m/s^2).

Como a aceleração tangencial pode ser expressa em termos do deslocamento angular θ e do comprimento l pela Equação 8, a equação do movimento é dada pela Equação 9 (RAO, 2011).

$$A_t = l \ddot{\theta} \quad (8)$$

onde, $\ddot{\Theta}$ é a aceleração angular (m/s^2).

$$-mg \sin \Theta = ml\ddot{\Theta} \quad (9)$$

onde, m é a massa do corpo (kg); g é a aceleração da gravidade (m/s^2); Θ é o deslocamento angular (rad); l é o comprimento do fio (m); $\ddot{\Theta}$ é a aceleração angular (m/s^2).

Cancelando m de ambos os lados e considerando para pequenos ângulos $\sin \Theta = \Theta$, é obtida a equação diferencial não linear que descreve o movimento do pêndulo, demonstrada na Equação 10 (RAO, 2011).

$$\ddot{\Theta} + \frac{g}{l} \Theta = 0 \quad (10)$$

Substituindo a relação gravidade e comprimento do fio pela frequência natural, representada por ω_n , tem-se uma nova reformulação da Equação 10, representada pela Equação 11 (RAO, 2011).

$$\ddot{\Theta} + \omega_n^2 \Theta = 0 \quad (11)$$

onde, ω_n é a frequência natural do sistema (Hz).

A frequência natural, por sua vez, trata-se da taxa intrínseca que um sistema oscilatório, como um pêndulo, vibra quando não há forças externas atuando, ou quando é perturbado. Desta forma, a frequência natural é dada pela Equação 12 (RAO, 2011).

$$\omega_n = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad (12)$$

O período do pêndulo simples, enfim, é relacionado à sua frequência angular através da expressão exposta na Equação 13 (RAO, 2011).

$$T = \frac{2\pi}{\omega_n} \quad (13)$$

Substituindo a Equação 13 pela expressão de ω_n , conforme Equação 12, tem-se a Equação 14 (RAO, 2011).

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad (14)$$

2.3.3. Reformulação Para Determinação da Aceleração da Gravidade

Para nossa aplicação, que é a determinação da aceleração da gravidade através do pêndulo desenvolvido ao decorrer deste trabalho, pode-se isolar g , que representa a aceleração da gravidade. Para isso, tem-se a Equação 15.

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} \quad (15)$$

Essa equação demonstra teoricamente que o período do pêndulo depende, somente, do comprimento do fio e da aceleração da gravidade, permitindo sua determinação experimental e empírica.

2.3.4. Reformulação Para Geração de Gráfico Comprimento do Fio *versus* T^2

Embora a Equação 15 seja fundamental para o cálculo direto da aceleração da gravidade de forma algébrica, é possível a reformular a Equação 14 novamente, de forma a isolar l , com o intuito de gerar um gráfico linear, processo que é chamado de linearização.

Isolando o comprimento l , obtém-se a Equação 16.

$$l = \frac{g}{4\pi^2} T^2 \quad (16)$$

Este método de cálculo através de um gráfico comprimento do fio (l) *versus* T^2 é importante ser pontuado e destacado, uma vez que engloba conceitos matemáticos de regressão linear e dá abertura ao usuário calcular a aceleração da gravidade de uma forma que, muitas vezes, não é clara nos experimentos didáticos convencionais.

Esta abordagem transforma a constante física em uma inclinação graficamente verificável, promovendo uma compreensão mais profunda da relação de proporcionalidade entre o comprimento do pêndulo e o quadrado de seu período.

3. DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO

Nesta etapa do capítulo está descrito o projeto do pêndulo realizado em Catia e os materiais utilizados na manufatura, bem como quais métodos e estratégias de fabricação e montagem foram escolhidos para a confecção do Pêndulo Didático. Também será tratada a lógica de programação empregada para a realização das medições dos períodos via Arduino e Excel.

3.1. Materiais e Lista de Materiais

Para maior organização dos materiais utilizados na confecção do pêndulo, foi criada uma lista de materiais, de forma a detalhar todos os componentes, materiais e produtos semiacabados, bem como suas respectivas quantidades, para fabricação do produto final.

A lista de materiais inclui todos os itens empregados, desde os componentes menores até os mais complexos, que são necessários para a fabricação do pêndulo, de forma a criar uma estrutura de produto fiel e organizada.

A Tabela 1 representa parte da lista de materiais elaborada, a fim de apresentar todos os materiais utilizados na confecção do pêndulo estudado.

Tabela 1. Lista de Materiais

#	Nível de Montagem	PART NUMBER (PN)	Descrição	QTDE
1	0	FFW-100-001	PÊNDULO FINAL MONTAGEM	1
2	.1	FFW-100-001-SA1	PÊNDULO CORPO MONTAGEM	1
3	..2	FFW-001-001	ALUMÍNIO BASE PÊNDULO	1
4	..2	FFW-002-001	ALUMÍNIO COLUNA PÊNDULO	1
5	..2	FFW-003-001	ALUMÍNIO BARRA PÊNDULO	1
6	..2	MICRO II	PÉ DE BORRACHA - VIBRA-STOP	4
7	..2	PARAFUSO ALLEN	PARAFUSO ALLEN	1
8	..2	MANÍPULO	MANÍPULO	1
9	.1	FFW-100-001-SA2	CAIXA ARDUINO MONTAGEM	1
10	..2	FFW-004-001	PLA CAIXA	1
11	..2	FFW-005-001	ACRÍLICO TAMPA DA CAIXA	1
12	..2	FFW-006-001	ACRÍLICO SUPORTE L DIREITO DA TAMPA	1
13	..2	FFW-007-001	ACRÍLICO SUPORTE L ESQUERDO DA TAMPA	1
14	..2	PARAFUSO ALLEN	PARAFUSO ALLEN	8
15	..2	PORCA	PORCA	4
16	..2	ARRUELA	ARRUELA	4
17	.1	FFW-100-001-SA3	ARDUINO SENSOR MONTAGEM	1
18	..2	Arduino UNO Rev3	MICROCONTROLADOR	1
19	..2	USB CABO A/B	USB ARDUINO CABO	1
20	..2	FIO JUMPER	FIO ELÉTRICO JUMPER	6
21	..2	LED	LIGHT EMITTING DIODE (LED)	1
22	..2	FC-51 SENSOR	SENSOR FC-51	1
23	..2	LCD DISPLAY I2C	LCD DISPLAY I2C	1
24	..2	RESISTOR	RESISTOR 150Ω	1
25	...3	FFW-007-001	ESFERA DE AÇO AZUL	1
26	...3	FFW-008-001	ESFERA DE AÇO VERMELHA	1
27	...3	FIO DE NYLON	FIO DE NYLON	0,5

Fonte: Autores (2025).

A lista de materiais é organizada de forma hierárquica e conforme plano de montagem, de maneira que demonstra a relação entre cada um dos *Part Numbers* definidos pelo grupo. Os níveis de montagem são:

- 1) Nível “0”: montagem final do pêndulo;
- 2) Nível “.1”: submontagem, o qual é montada no nível “0”;
- 3) Nível “..2”: item primário, o qual é montado no nível “.1”.
- 4) Nível “...3”: item primário, o qual é montado no nível “.0”.

A lista de materiais do projeto está disponível para visualização em sua forma integral conforme Apêndice A.

3.2. Projeto Estrutural do Pêndulo

O projeto do pêndulo didático, que é relativamente simples, iniciou-se com o modelamento das peças de sustentação. A parte estrutural do projeto é dividida em duas submontagens de níveis “.1”, conforme é visto na Tabela 2.

Tabela 2. Submontagens Estruturais

#	PART NUMBER (PN)	Descrição	QTDE
1	FFW-100-001	PÊNDULO FINAL MONTAGEM	1
2	FFW-100-001-SA1	PÊNDULO CORPO MONTAGEM	1
3	FFW-001-001	ALUMÍNIO BASE PÊNDULO	1
4	FFW-002-001	ALUMÍNIO COLUNA PÊNDULO	1
5	FFW-003-001	ALUMÍNIO BARRA PÊNDULO	1
6	MICRO II	PÉ DE BORRACHA - VIBRA-STOP	4
7	PARAFUSO ALLEN	PARAFUSO ALLEN	1
8	MANÍPULO	MANÍPULO	1
9	FFW-100-001-SA2	CAIXA ARDUINO MONTAGEM	1
10	FFW-004-001	PLA CAIXA	1
11	FFW-005-001	ACRÍLICO TAMPA DA CAIXA	1
12	FFW-006-001	ACRÍLICO SUPORTE L DIREITO DA TAMPA	1
13	FFW-007-001	ACRÍLICO SUPORTE L ESQUERDO DA TAMPA	1
14	PARAFUSO ALLEN	PARAFUSO ALLEN	8
15	PORCA	PORCA	4
16	ARRUELA	ARRUELA	4

Fonte: Autores (2025).

3.2.1. Projeto da Submontagem FFW-100-001-SA1

A submontagem FFW-100-SA1 – PÊNDULO FINAL MONTAGEM, refere-se à uma subestrutura do pêndulo de cunho estrutural. O subconjunto em questão é composto pelos PNs, em suas respectivas quantidades, conforme Tabela 3.

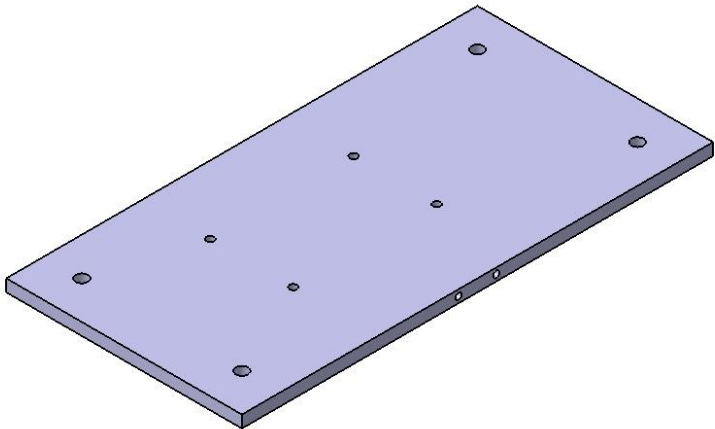
Tabela 3. FFW-100-SA1 – PÊNDULO CORPO MONTAGEM

#	PART NUMBER (PN)	Descrição
2	FFW-100-001-SA1	PÊNDULO CORPO MONTAGEM
3	FFW-001-001	ALUMÍNIO BASE PÊNDULO
4	FFW-002-001	ALUMÍNIO COLUNA PÊNDULO
5	FFW-003-001	ALUMÍNIO BARRA PÊNDULO
6	MICRO II	PÉ DE BORRACHA - VIBRA-STOP
7	PARAFUSO ALLEN	PARAFUSO ALLEN
8	MANÍPULO	MANÍPULO

Fonte: Autores (2025).

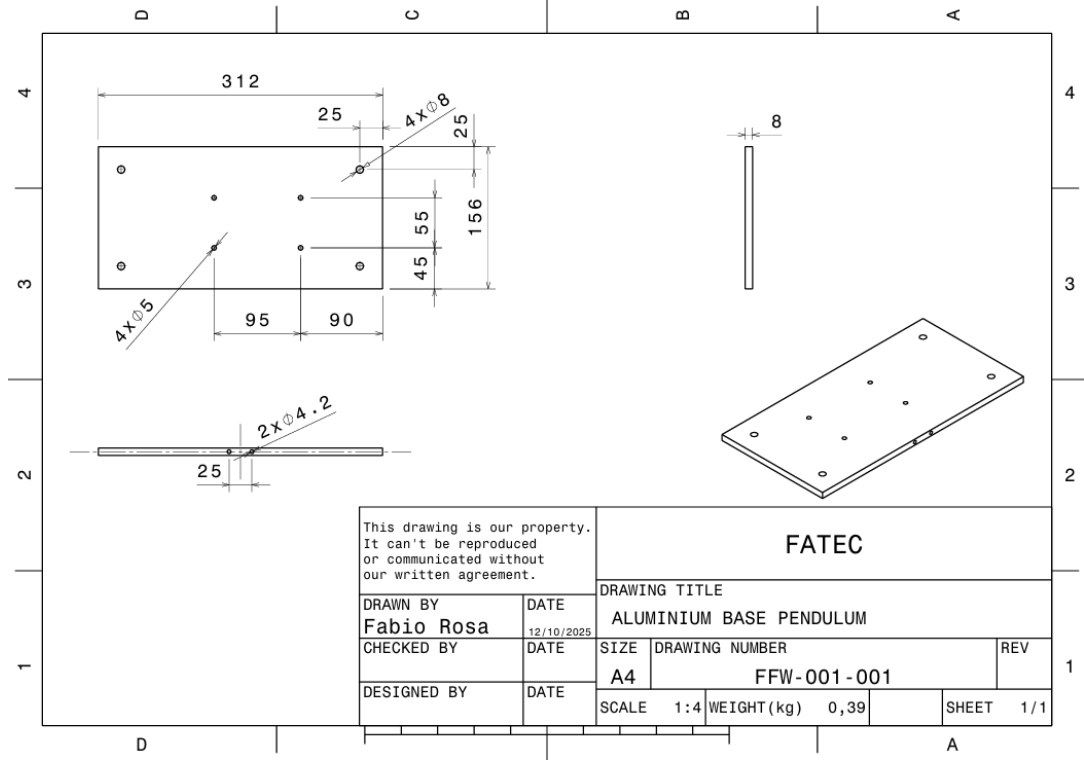
A peça FFW-001-001 – ALUMÍNIO BASE PÊNDULO foi projetada a ser uma chapa de alumínio para formar a base estável do conjunto. A perspectiva e o detalhamento 2D do *Part Number* estão disponíveis conforme Figuras 2 e 3, respectivamente.

Figura 2. Perspectiva do PN FFW-001-001



Fonte: Autores (2025).

Figura 3. Detalhamento 2D do PN FFW-001-001

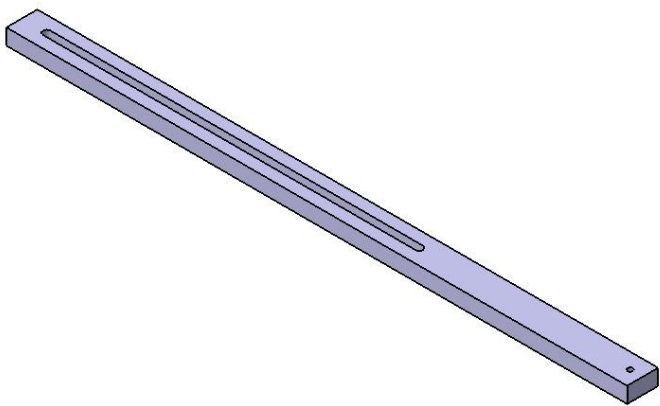


Fonte: Autores (2025).

Já a peça FFW-002-001 – ALUMÍNIO COLUNA PÊNDULO, também em alumínio, foi projetada para atuar como coluna vertical de suporte estrutural e é fixada à base com somente um parafuso Allen.

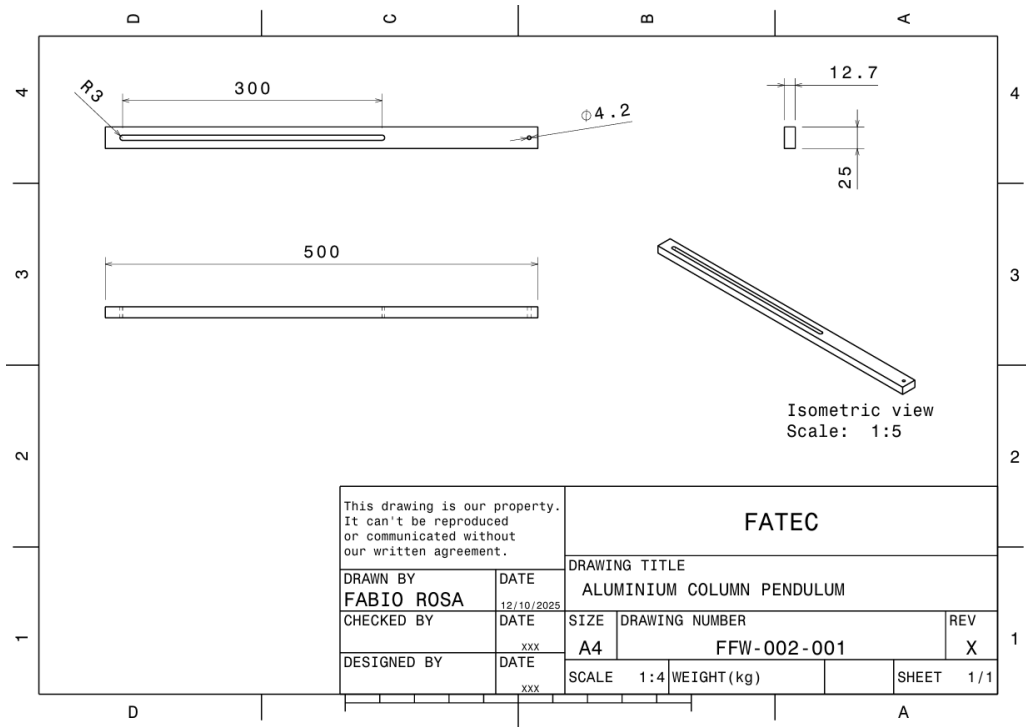
Em sua estrutura, é possível observar um oblongo, que é responsável por realizar o controle de nível da peça FFW-003-001 – ALUMÍNIO BARRA PÊNDULO e sendo assim possível aumentar e diminuir o comprimento do fio acoplado à peça FFW-003-001. A perspectiva e o detalhamento 2D da peça coluna estão disponíveis conforme Figuras 4 e 5, respectivamente.

Figura 4. Perspectiva do PN FFW-002-001



Fonte: Autores (2025).

Figura 5. Detalhamento 2D do PN FFW-002-001



Fonte: Autores (2025).

Com a base e a coluna projetadas, passou-se à preparação da barra do pêndulo, identificada como FFW-003-001. Essa barra cilíndrica tem por função principal sustentar o fio de nylon, o qual é preso em sua extremidade e atua como elemento oscilante do pêndulo. É possível visualizar o item em perspectiva na Figura 6.

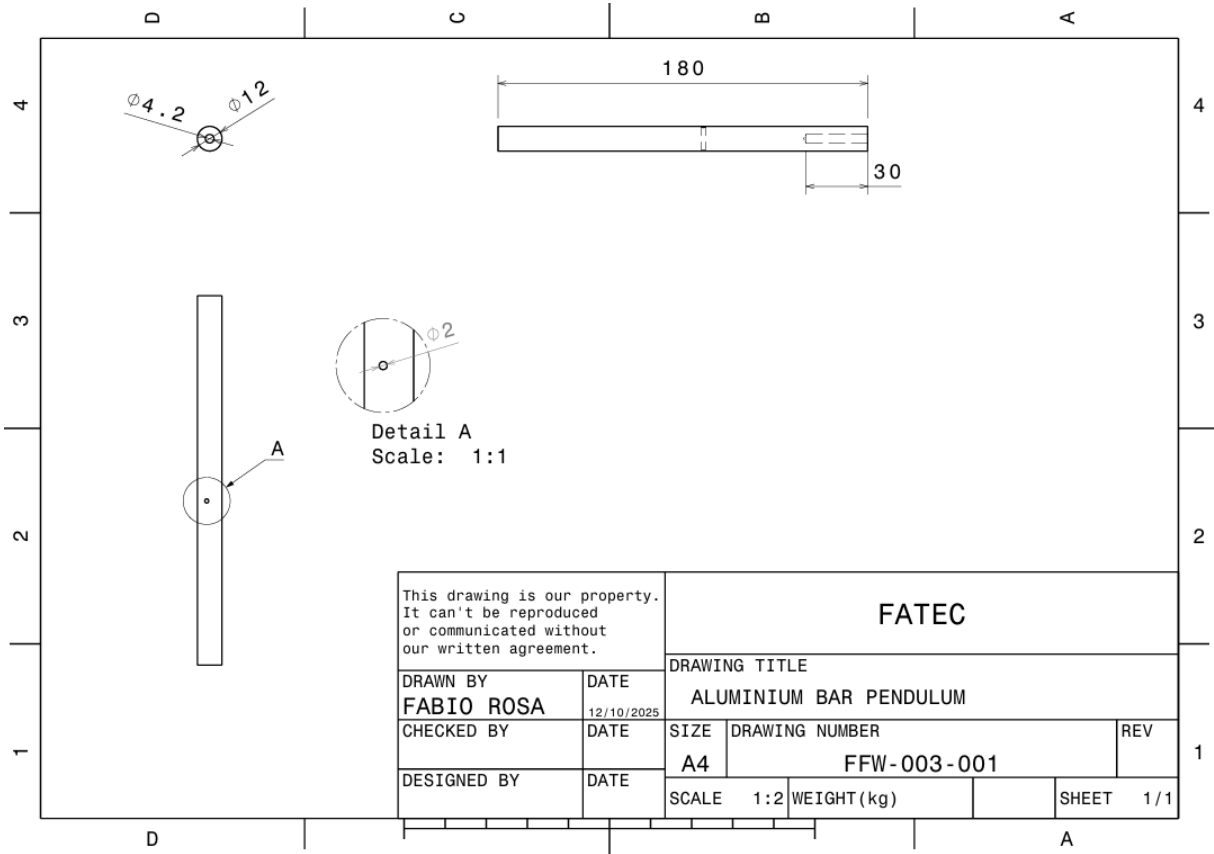
Figura 6. Perspectiva do PN FFW-003-001



Fonte: Autores (2025).

O detalhamento do item FFW-003-001 pode ser conferido conforme Figura 7.

Figura 7. Detalhamento do PN FFW-003-001



Fonte: Autores (2025).

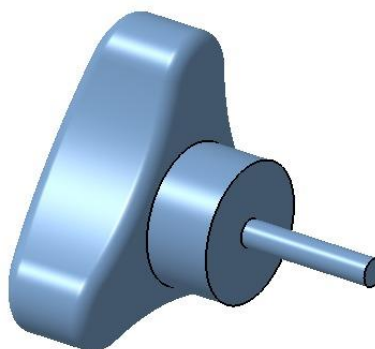
O componente identificado como Manípulo, também conhecido como parafuso borboleta, é uma solução de engenharia estratégica incorporada à coluna vertical do aparato.

Diferentemente dos parafusos Allen, que são utilizados para fixações estruturais permanentes, a principal função do manípulo é permitir o ajuste manual e rápido da altura do eixo de suspensão do pêndulo, onde a barra de sustentação é fixada.

A capacidade de ajuste fornecida pelo manípulo é fundamental para a viabilidade do experimento e a integridade da análise dos resultados.

O manípulo está ilustrado conforme Figura 8.

Figura 8. Perspectiva do PN Manípulo



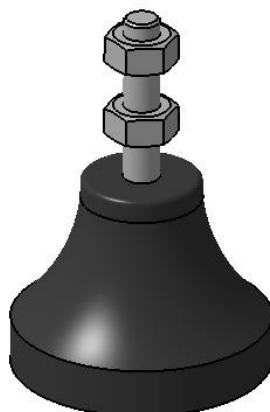
Fonte: Autores (2025).

Por fim, os pés niveladores são componentes cruciais no aparato do pêndulo, uma vez que sua função primordial é assegurar que a plataforma de suporte esteja perfeitamente horizontal, alinhando o experimento com a vertical da gravidade. Sem esse nivelamento, o pêndulo não oscilaria em um plano reto, mas em uma trajetória elíptica, o que introduziria erros significativos na medição do período e, consequentemente na determinação da aceleração da gravidade.

Ao garantir que o suporte esteja reto, os pés niveladores asseguram que a força gravitacional atue da maneira esperada pela teoria, de forma a permitir que os cálculos feitos com base na fórmula do período sejam válidos e precisos. Importante destacar que estes pés não foram confeccionados, e estão disponíveis no mercado para compra.

A Figura 9 representa o componente utilizado em perspectiva.

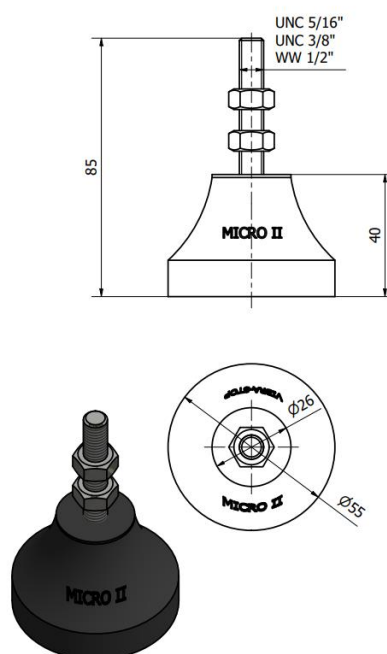
Figura 9. Perspectiva do PN MICRO II



Fonte: Vibra-Stop (2025).

A Figura 10 tem-se o detalhamento 2D do componente empregue.

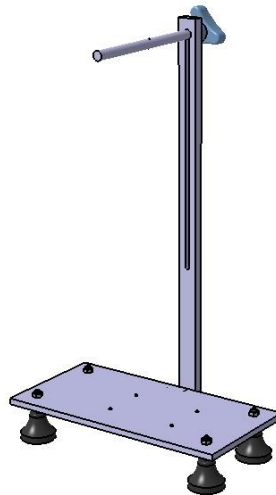
Figura 10. Detalhamento do PN MICRO II



Fonte: Vibra-Stop (2025).

Desta forma, é possível verificar, conforme Figura 11, o modelo do PN FFW-100-001-SA1, da carcaça do pêndulo.

Figura 11. Perspectiva do PN FFW-100-001-SA1



Fonte: Autores (2025).

3.2.2. Projeto da Submontagem FFW-100-001-SA2

Finalizada a parte estrutural do corpo do pêndulo, o subconjunto FFW-100-001-SA2 trata-se de uma caixa fixada à base do pêndulo, de maneira que tem como funcionalidade o revestimento externo ao Arduino e os demais componentes eletrônicos, fornecendo proteção física contra possíveis batidas. O subconjunto em questão é composto pelos PNs, em suas respectivas quantidades, conforme Tabela 4.

Tabela 4. FFW-100-SA2 – CAIXA ARDUINO ASSEMBLY

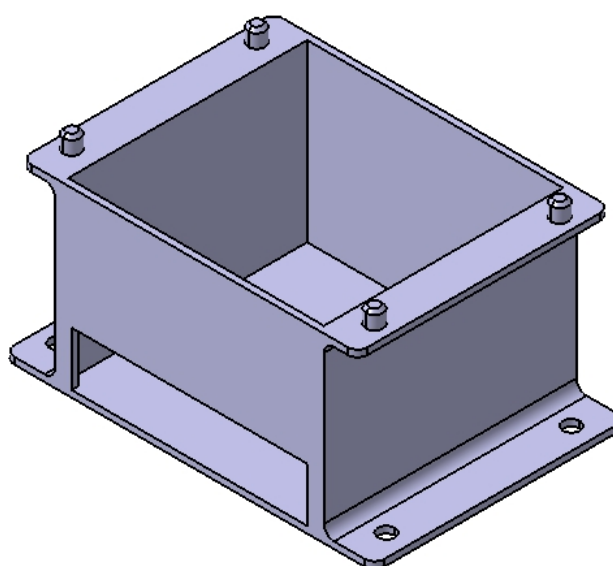
#	PART NUMBER (PN)	Descrição	QTDE
9	FFW-100-001-SA2	CAIXA ARDUINO MONTAGEM	1
10	FFW-004-001	PLA CAIXA	1
11	FFW-005-001	ACRÍLICO TAMPA DA CAIXA	1
12	FFW-006-001	ACRÍLICO SUPORTE L DIREITO DA TAMPA	1
13	FFW-007-001	ACRÍLICO SUPORTE L ESQUERDO DA TAMPA	1
14	PARAFUSO ALLEN	PARAFUSO ALLEN	8
15	PORCA	PORCA	4
16	ARRUELA	ARRUELA	4

Fonte: Autores (2025).

O item FFW-004-001 - PLA CAIXA, que se trata de uma caixa feita a partir de filamento PLA, um polímero muito utilizado na engenharia aditiva. O item tem por objetivo prover uma estrutura em contorno ao sistema Arduino, de forma a fornecer proteção física contra danos acidentais e a proteger os componentes eletrônicos sensíveis.

As Figuras 12 e 13 representam, na devida ordem, o item em perspectiva e seu detalhamento 2D.

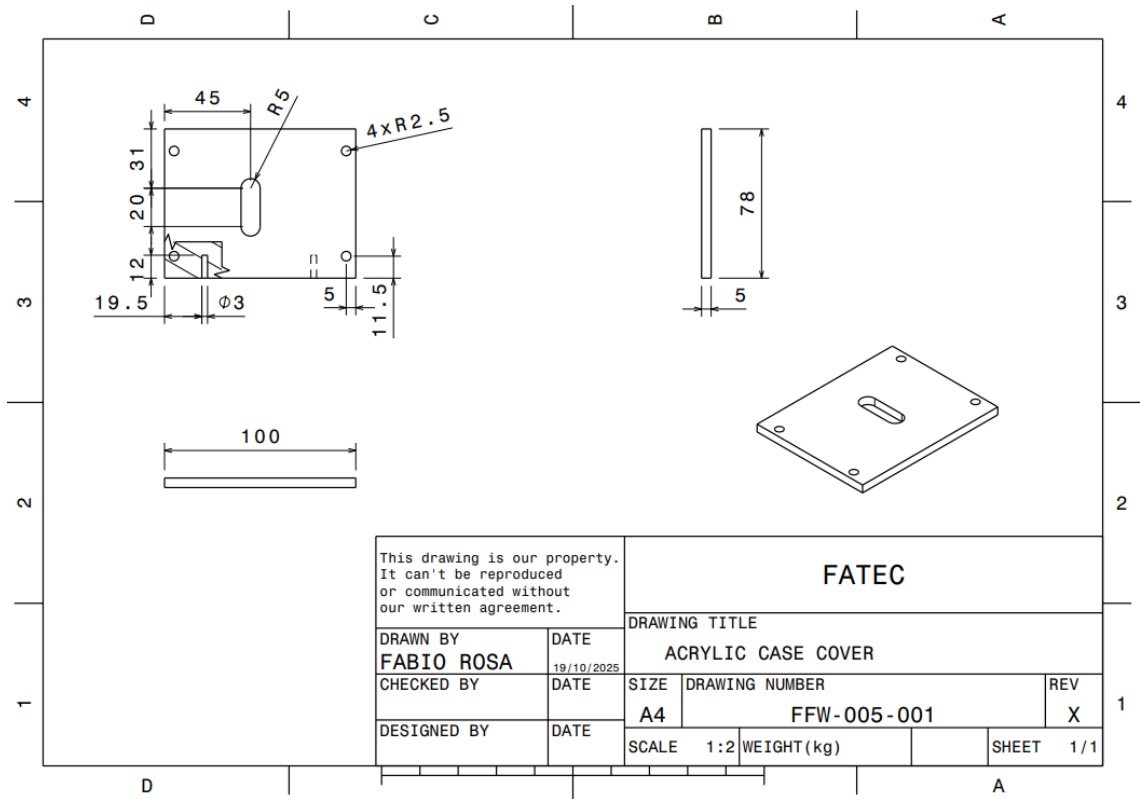
Figura 12. Perspectiva do PN FFW-004-001



Fonte: Autores (2025).

A Figura 15 representa o detalhamento 2D do item FFW-005-001.

Figura 15. Detalhamento do PN FFW-005-001



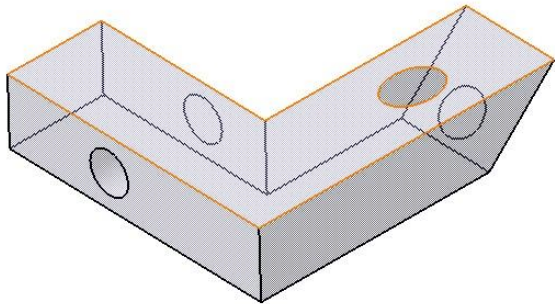
Fonte: Autores (2025).

O PN FFW-006-001 - ACRÍLICO SUPORTE L DIREITO DA TAMPA e o item FFW-007-001 - ACRÍLICO SUPORTE L ESQUERDO DA TAMPA, são outros itens os quais foram confeccionados através de material acrílico e têm por objetivo final realizar o suporte entre tampa da caixa e o LCD, através de parafusos Allen.

A diferença entres dois itens é a respeito do lado de montagem, enquanto um é para o lado esquerdo, o outro é “espelhado”, para o lado direito.

A Figura 16 representa o item FFW-006-001 em perspectiva.

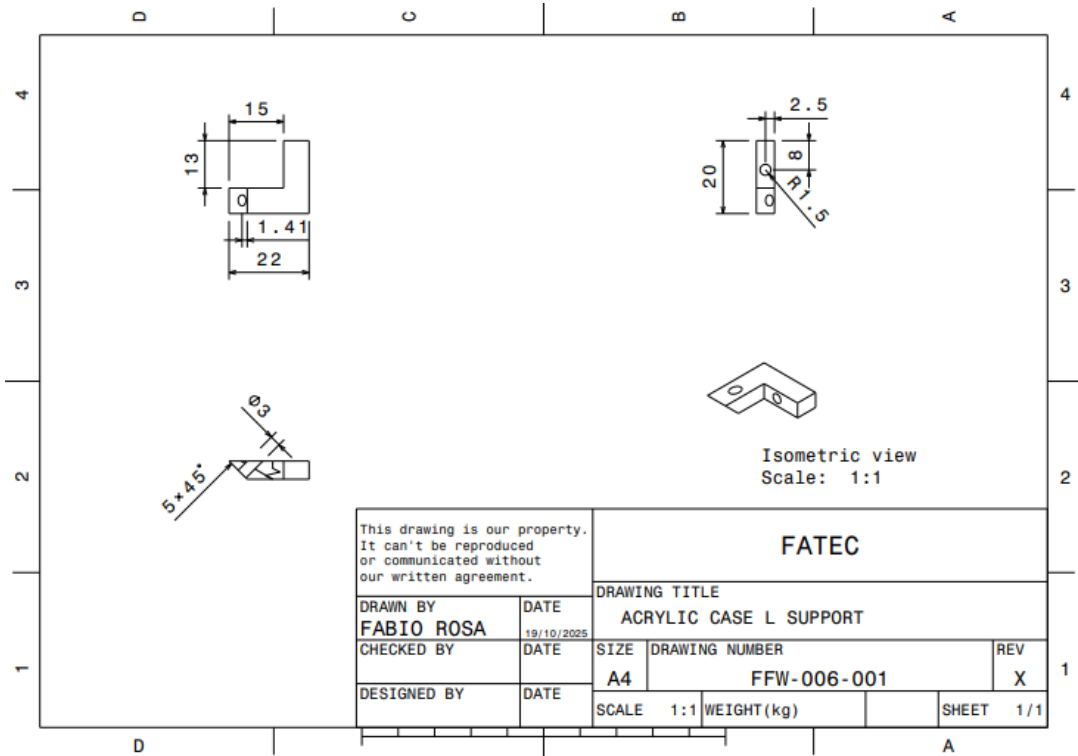
Figura 16. Perspectiva do PN FFW-006-001



Fonte: Autores (2025).

A Figura 17 representa o detalhamento 2D do item FFW-006-001 - ACRÍLICO SUPORTE L DIREITO DA TAMPA.

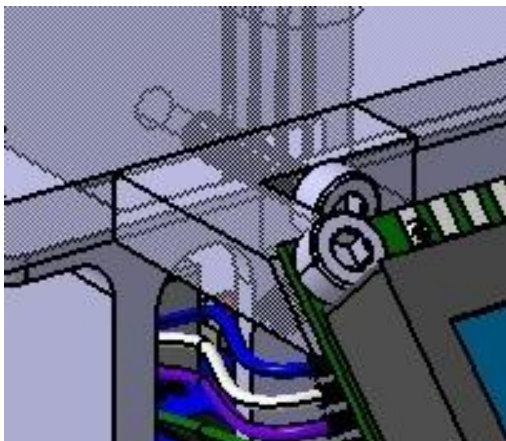
Figura 17. Detalhamento do PN FFW-006-001



Fonte: Autores (2025).

A Figura 18 representa a montagem entre a tampa de acrílico e os suportes L.

Figura 18. Montagem do Suporte L na Tampa

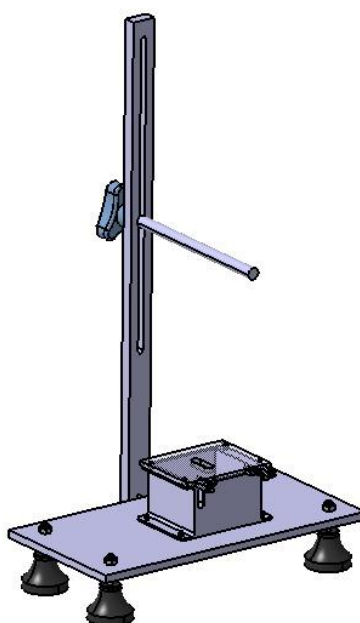


Fonte: Autores (2025).

Por fim, após a projeção do subconjunto FFW-100-001-SA2, este é fixado à base, FFW-001-001, através de quatro porcas e quatro arruelas.

Para o desenvolvimento do produto final e a fim de nos alinharmos cada vez mais à área de projetos, foi feito um projeto no *software* Catia de como o pêndulo deveria ser produzido. A perspectiva do projeto na interface Catia pode ser visualizada na Figura 19.

Figura 19. Projeto do Pêndulo Didático – Estrutural



Fonte: Autores (2025).

3.3. Processo de Fabricação e Montagem do Pêndulo

O processo de fabricação e montagem do aparato experimental constitui uma fase crítica e integral do desenvolvimento do Pêndulo Didático, pois é neste estágio que são montados os itens estruturais da estrutura física.

A precisão desta montagem é fundamental, uma vez que a validade metrológica do experimento depende da garantia de que o pêndulo oscile em um plano vertical fixo, minimizando vibrações e desalinhamentos que introduziriam erros sistemáticos na medição.

3.3.1. Produção da Submontagem FFW-100-001-SA1

O processo de fabricação do pêndulo didático deu-se iniciou-se com a preparação das peças de sustentação. Ambas as peças foram confeccionadas a partir de chapas e uma barra redonda de alumínio com as dimensões apresentadas na Tabela 5.

A manufatura do pêndulo didático teve início com o processo de fabricação das peças as quais compõem a submontagem FFW-100-001-SA1 – PÊNDULO FINAL MONTAGEM, dispostas na Tabela 5.

Tabela 5. Itens da Submontagem FFW-100-001-SA1

#	PART NUMBER (PN)	Descrição	Dimensões (mm)	Tipo de Matéria Prima
2	FFW-100-001-SA1	PÊNDULO CORPO MONTAGEM		
3	FFW-001-001	ALUMÍNIO BASE PÊNDULO	312x156x8	PLACA
4	FFW-002-001	ALUMÍNIO COLUNA PÊNDULO	300x50x12,7	PLACA
5	FFW-003-001	ALUMÍNIO BARRA PÊNDULO	Ø12,7x300	BARRA
6	MICRO II	PÉ DE BORRACHA - VIBRA-STOP		COMPRADO
7	PARAFUSO ALLEN	PARAFUSO ALLEN		COMPRADO
8	MANÍPULO	MANÍPULO		COMPRADO

Fonte: Autores (2025).

A peça FFW-001-001, conforme apresentado anteriormente, é a fundação estrutural do aparato experimental. Este item foi confeccionado a partir de uma placa de alumínio que, após usinagem, resultou na base estável do conjunto.

A escolha do alumínio e a atenção às dimensões especificadas na Tabela 5 foram cruciais para garantir a rigidez e o nivelamento essenciais para a confiabilidade das medições. A peça finalizada pode ser visualizada na Figura 20.

Figura 20. PN FFW-001-001 Finalizado

Fonte: Autores (2025).

A peça FFW-002-001 – ALUMÍNIO COLUNA PÊNDULO foi, igualmente, confeccionada em alumínio e projetada para servir como a coluna vertical de suporte estrutural. Sua função primária é estabelecer a altura correta para o eixo de suspensão, garantindo que o comprimento do fio do pêndulo (l) seja o máximo possível para a precisão das medições.

As dimensões da coluna seguiram as especificações detalhadas na Tabela 5. Uma vez que sua estabilidade vertical é crítica para isolar a oscilação do pêndulo, a coluna é fixada rigidamente à base, prevenindo qualquer flexão ou vibração que possa comprometer a cronometragem. A peça finalizada pode ser observada na Figura 21.

Figura 21. PN FFW-002-001 Finalizado

Fonte: Autores (2025).

Após a fixação da base e da coluna estrutural, a próxima etapa envolveu a preparação da barra de sustentação do pêndulo. Esta peça cilíndrica de alumínio, cujas dimensões estão detalhadas na Tabela 5, tem a função crítica de fornecer o eixo de apoio estático para o fio de nylon. O fio é fixado em sua extremidade, transformando-o no elemento oscilante do pêndulo simples. A barra finalizada pode ser visualizada na Figura 22.

Figura 22. PN FFW-003-001 Finalizado



Fonte: Autores (2025).

Todos os PNs de usinagem foram produzidos de acordo com as dimensões especificadas no projeto previamente realizado no Catia e utilizando de uma fresadora ferramenteira industrial, conforme Figura 23.

Figura 23. Fresadora Ferramenteira Industrial



Fonte: Cortesia da Empresa Panasonic (2025).

3.3.2. Processo de montagem da Submontagem FFW-100-001-SA1

Prosseguindo para a fase de montagem, a base estrutural (FFW-001-001) é fixada à coluna vertical (FFW-002-001) utilizando um parafuso Allen.

Essa fixação é realizada na parte inferior da coluna, unindo as duas peças de alumínio de forma rígida para criar o suporte monolítico do pêndulo. Este método de união foi escolhido por garantir a estabilidade angular e a resistência necessárias para que a coluna permaneça perfeitamente vertical durante a operação. O detalhe dessa união por parafuso Allen está ilustrado na Figura 24.

Figura 24. Processo de Montagem da Base e Coluna



Fonte: Autores (2025).

A coluna vertical (FFW-002-001) foi ainda equipada com um parafuso borboleta (manípulo). Este componente não tem como função a fixação primária da coluna à base, mas sim permitir o ajuste manual e rápido da altura do eixo de suspensão do pêndulo ao longo da coluna.

A utilização de um manípulo dispensa o uso de ferramentas, conferindo ao aparato uma característica de flexibilidade e portabilidade, permitindo que o usuário altere o comprimento do fio do pêndulo (l), um fator determinante no período de oscilação (T), de forma eficiente durante os testes experimentais, sem comprometer a estabilidade estrutural geral e sem deslocar o sistema eletrônico. A fixação do manípulo pode ser vista na Figura 25.

Figura 25. Processo de Montagem do Manípulo à Coluna



Fonte: Autores (2025).

Por fim, instalaram-se os pés de borracha niveladores MICRO II na base para garantir estabilidade e aderência à superfície de apoio. A Figura 26 representa a montagem dos PNs MICRO II na estrutura.

Figura 26. Processo de Montagem do PN MICRO II na Estrutura



Fonte: Autores (2025).

A montagem final do PN FFW-100-001-SA1 pode ser vista conforme Figura 27.

Figura 27. FFW-100-001-SA1 Finalizado



Fonte: Autores (2025).

3.3.3. Produção da Submontagem FFW-100-001-SA2

Com o corpo do pêndulo fabricado e montado, deu-se início à fabricação dos itens que fazem parte da submontagem FFW-100-001-SA2. A Tabela 6 mostra os itens que compõem a submontagem em questão e possui informações consideradas relevantes para o processo de fabricação de cada um deles.

Tabela 6. Itens da Submontagem FFW-100-001-SA2

#	PART NUMBER (PN)	Descrição	Dimensões (mm)	Tipo de Matéria Prima
9	FFW-100-001-SA2	CAIXA ARDUINO MONTAGEM		
10	FFW-004-001	PLA CAIXA	110x75x59	PLA
11	FFW-005-001	ACRÍLICO TAMPA DA CAIXA	100x78x5	PLACA
12	FFW-006-001	ACRÍLICO SUPORTE L DIREITO DA TAMPA	22x20x5	PLACA
13	FFW-007-001	ACRÍLICO SUPORTE L ESQUERDO DA TAMPA	22x20x5	PLACA
14	PARAFUSO ALLEN	PARAFUSO ALLEN		COMPRADO
15	PORCA	PORCA		COMPRADO
16	ARRUELA	ARRUELA		COMPRADO

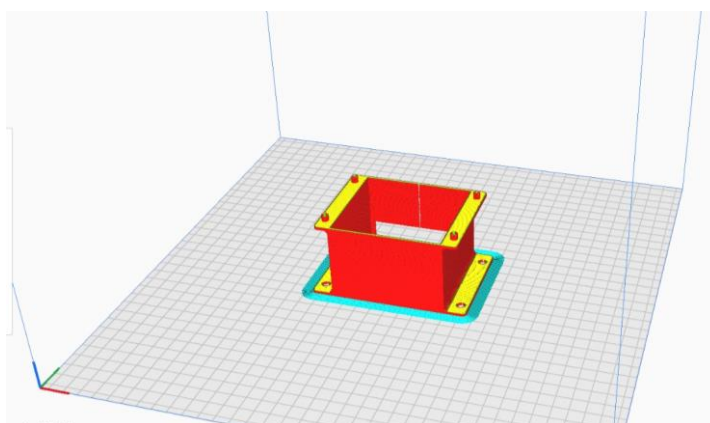
Fonte: Autores (2025).

A peça FFW-004-001 foi concebida e fabricada utilizando a Tecnologia de Impressão 3D (Manufatura Aditiva), em contraste com a usinagem das demais peças estruturais em alumínio.

Essa escolha se justifica pela necessidade de criar um componente com geometria complexa e baixo volume de produção a um custo otimizado. A impressão 3D permite a rápida prototipagem e customização, adequando o componente perfeitamente ao seu uso específico dentro do aparato do pêndulo.

Na Figura 28 é possível visualizar o *software* UltiMaker Cura utilizado para programação do item na impressora 3D.

Figura 28. Programação no *Software* UltiMaker Cura



Fonte: Autores (2025).

Na Figura 29 é possível identificar a impressora 3D empregue para impressão dos itens, uma *Creality K1*.

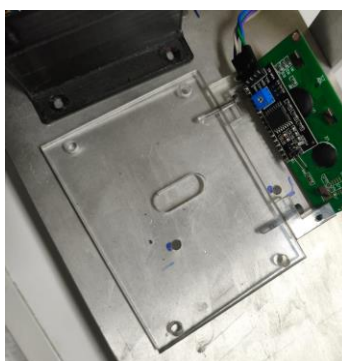
Figura 29. Creality K1

Fonte: Autores (2025).

A proteção do sistema eletrônico foi finalizada com a usinagem de acrílico para criar as tampas e suportes (peças FFW-005-001 e FFW-006-001). Foi escolhido o acrílico porque ele é transparente – assim é possível ver o LCD e os LEDs – e é rígido, garantindo boa proteção contra choques e sujeira.

Um detalhe importante é o furo oblongo (alongado) feito na tampa superior (FFW-005-001). Esse furo foi feito para que o sensor infravermelho pudesse funcionar sem falhas. Se o sensor tentasse ler a passagem da massa através do acrílico, o material poderia enfraquecer ou desviar o feixe de luz invisível (infravermelha). Ao criar o oblongo, é eliminada a barreira física exatamente onde o sensor está posicionado, garantindo que ele capte o movimento do pêndulo com total confiança e precisão.

Na Figura 30 é visualizado os itens item FFW-005/006/007-001 finalizados.

Figura 30. PN FFW-005/006/007-001 Finalizados

Fonte: Autores (2025).

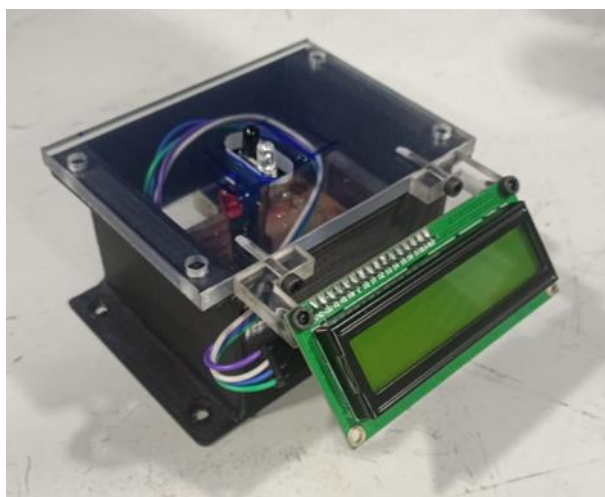
3.3.4. Processo de montagem da Submontagem FFW-100-001-SA2

A finalização da montagem do invólucro eletrônico, confeccionado em PLA, concentrou-se na fixação do suporte em L (FFW-006-001) e da tampa de acrílico (FFW-005-001). O suporte em L é crucial para a fixação do display LCD. Para garantir a rigidez dessa união, o suporte é fixado ao corpo do invólucro por meio de dois parafusos Allen.

Já a tampa de acrílico, que protege o sensor FC-51 e o Arduino, foi projetada para ser apenas encaixada no molde superior da caixa. Essa opção de montagem por encaixe, em vez de parafusamento, permite o acesso rápido à eletrônica interna para fins de manutenção sem comprometer a proteção da montagem durante a operação normal do pêndulo.

A montagem do PN FFW-100-001-SA2 pode ser visualizada conforme Figura 31.

Figura 31. PN FFW-100-001-SA2 Finalizado



Fonte: Autores (2025).

3.3.5. Processo de montagem dos itens FFW-100-001-SA1 e FFW-100-001-SA2

O processo de montagem final da estrutura envolveu a união da submontagem estrutural do pêndulo (FFW-100-001-SA1) e do invólucro eletrônico (FFW-100-001-SA2) à base de alumínio (FFW-001-001).

Para garantir que essa união fosse robusta, estável e rígida, condição essencial para a precisão do experimento, a fixação foi realizada através dos furos existentes na base, utilizando um conjunto de quatro porcas, quatro arruelas e quatro parafusos Allen.

As arruelas foram estrategicamente empregadas para distribuir a força de compressão dos parafusos e porcas sobre a área da base, prevenindo deformações e assegurando que as submontagens permanecessem estáticas. Este método de fixação cria uma plataforma de

medição unificada e de alta estabilidade, isolando a coluna vertical e o sistema eletrônico de qualquer vibração que pudesse comprometer a cronometragem.

3.4. Desenvolvimento do Sistema Eletrônico e Metodologia de Medição

A determinação precisa do período de oscilação (T) é o ponto crucial para o cálculo da aceleração da gravidade (g), conforme a teoria vista anteriormente. O desenvolvimento do sistema eletrônico foi concebido a fim de automatizar essa medição, garantindo rapidez e precisão na obtenção do valor de T .

3.4.1. Projeto do Sistema Eletrônico no TinkerCad

A proposta do presente projeto, como visto anteriormente, não se limita apenas à fabricação mecânica e estrutural do pêndulo didático, mas se estende à incorporação de um sistema eletrônico baseado em Arduino, com o objetivo de proporcionar cronometragem automática do período movimento cíclico, auxiliando o usuário do dispositivo à determinação de g .

Para isso, foi utilizado um sensor óptico FC-51, cuja função é detectar a passagem do peso do pêndulo pelo ponto mais baixo de sua trajetória.

Cada vez que o sensor é ativado, um sinal é enviado ao Arduino, que registra o instante de tempo correspondente a meia oscilação completa. O sistema é programado para realizar a medição de trinta períodos consecutivos, e com base nesses dados, calcula-se a média aritmética dos tempos, obtendo-se assim um valor mais confiável e preciso do período de oscilação do pêndulo.

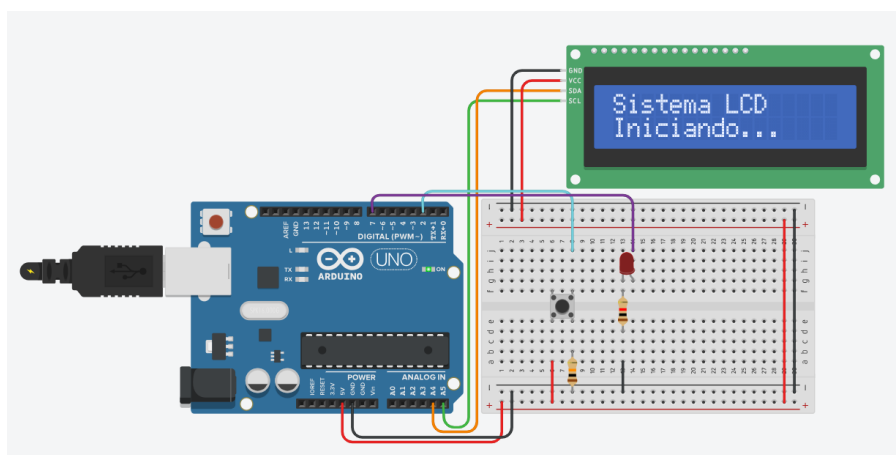
A partir da leitura do sensor FC-51, os dados são processados pelo microcontrolador e enviados para um display LCD, responsável por exibir o valor do período em tempo real. Com essa informação acessível ao usuário, torna-se possível realizar o cálculo experimental da aceleração da gravidade, utilizando da fórmula clássica do pêndulo simples, explicitada anteriormente na Equação 14.

Com o intuito de validar previamente o funcionamento do circuito eletrônico, foi elaborado um projeto de simulação utilizando a plataforma TinkerCad. Dessa forma, foi possível simular a lógica de contagem dos períodos e a exibição dos resultados no display LCD, assegurando a viabilidade funcional do código e da integração entre os componentes, mesmo em ambiente virtual. Essa etapa foi fundamental para garantir a viabilidade técnica da solução proposta e evitar retrabalhos durante a montagem prática.

A simulação dispõe de uma interface de display LCD com comunicação I2C e um botão que, no contexto da simulação no TinkerCad, substitui o sensor óptico FC-51. Essa substituição foi necessária devido à limitação de componentes na biblioteca da plataforma, sendo o botão utilizado como um gatilho digital representativo dos sinais que seriam emitidos pelo sensor na montagem física real, a qual será demonstrada conforme decorrer do presente trabalho.

Primeiramente, ao ligar o sistema, o *display* LCD exibe uma animação de inicialização, “Sistema LCD Iniciando...”, indicando ao usuário que o dispositivo está iniciando, de acordo com a Figura 32.

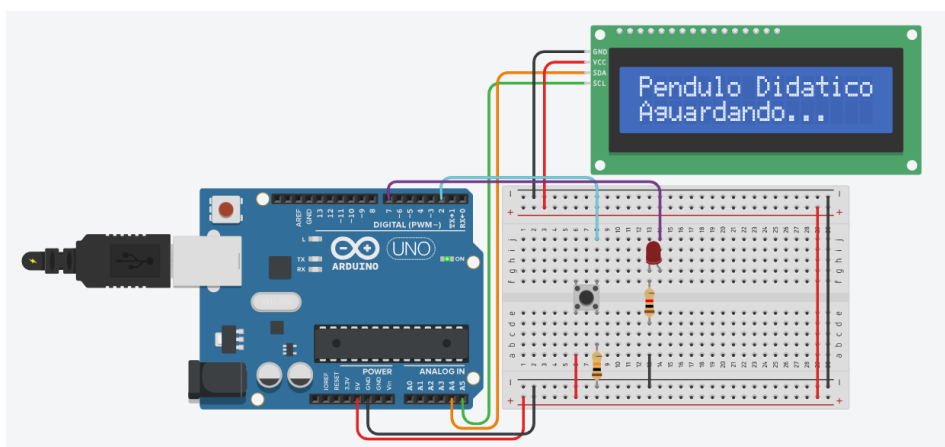
Figura 32. Sistema LCD Iniciando - TinkerCad



Fonte: Autores (2025).

Em seguida, aparece no *display* LCD a mensagem “Pendulo Didático Aguardando...”, orientando o usuário para o início da medição, tal qual mostrado na Figura 33.

Figura 33. Pendulo Didático Aguardando - TinkerCad

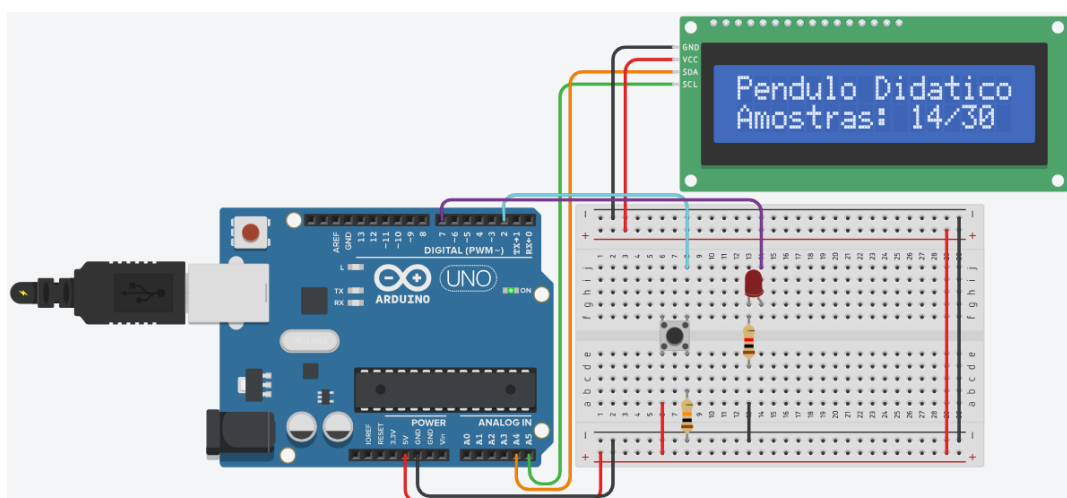


Fonte: Autores (2025).

Quando o botão, que no TinkerCad representa o sensor óptico FC-51, é pressionado pela primeira vez, o sistema inicia a contagem do tempo, simulando a passagem do pêndulo pelo ponto mais baixo de sua trajetória. A cada oscilação, o LED vermelho, que é um indicador visual para o usuário, acende.

Durante essa fase, o *display* mostra, em tempo real, o número de amostras em dados analógicos captadas pelo sensor, num total de 30 amostras, assim como expícito na Figura 34.

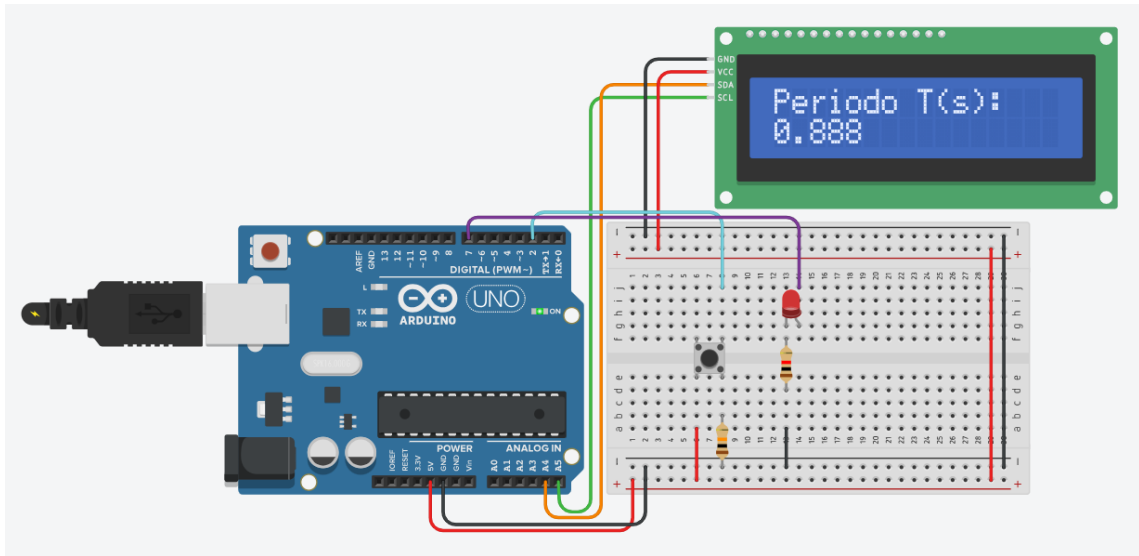
Figura 34. Número de Amostras Coletadas - TinkerCad



Fonte: Autores (2025).

Finalizada a apuração de trinta oscilações, o sistema apresenta o tempo médio decorrido das 30 oscilações junto à mensagem “Período T (s)” no visor. Importante destacar que, no momento em que se termina a apuração destes dados e o Arduino calcula a média dos períodos cíclicos, o LED vermelho acende. Ambas as situações podem ser vistas conforme Figura 35.

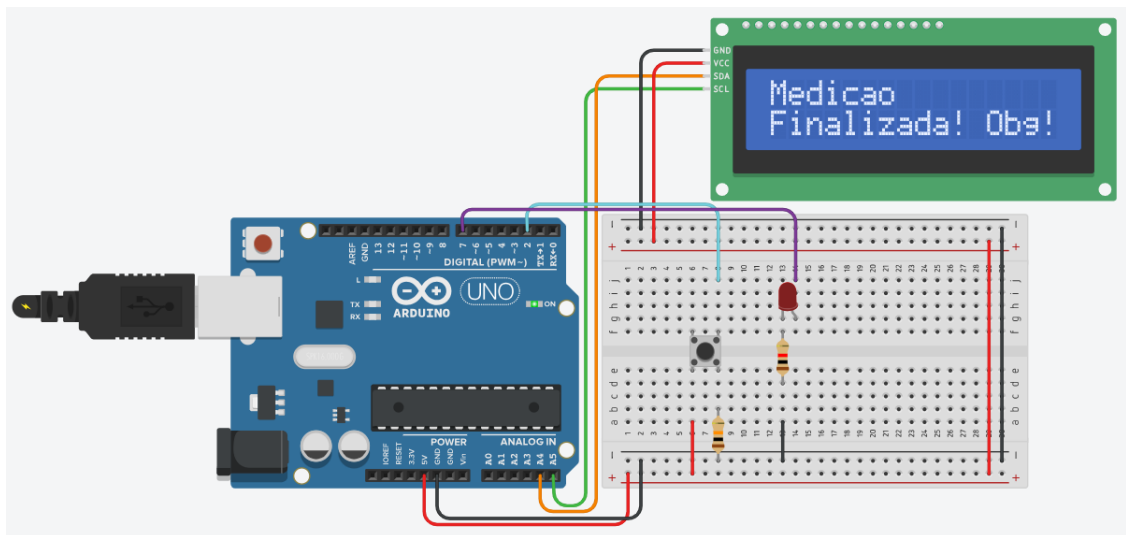
Figura 35. Período Médio das Amostras - TinkerCad



Fonte: Autores (2025).

Após a apresentação do período médio calculado, o sistema encerra com uma mensagem de agradecimento e informando que a medição foi realizada, de acordo com a Figura 36, de tal forma que o usuário pode decorrer com sua atividade.

Figura 36. Medição Finalizada e Agradecimento - TinkerCad

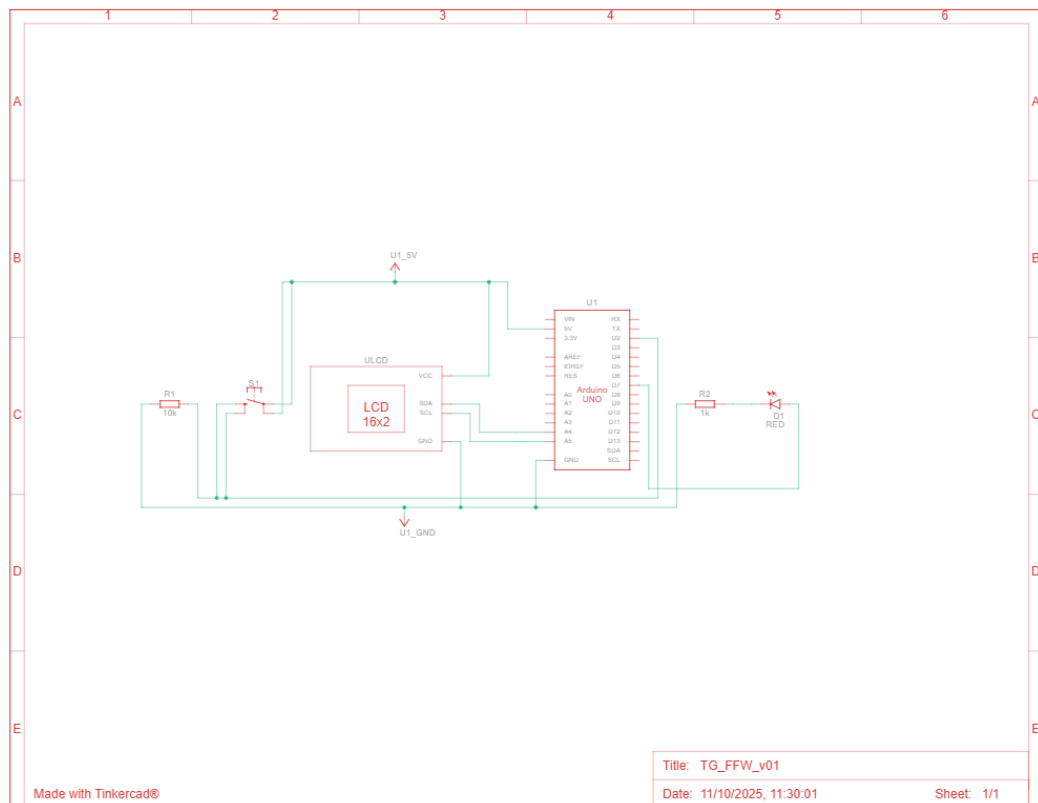


Fonte: Autores (2025).

3.4.2. Esquema Eletrônico e Detalhamento 2D

Após a finalização da esquematização eletrônica em TinkerCad, a própria plataforma disponibiliza o esquema eletrônico, como é possível visualizar na Figura 37.

Figura 37. Esquema Eletrônico em 2D.



Fonte: Tinkercad (2025).

Na Figura 37, o núcleo do sistema é um microcontrolador Arduino UNO. A interface primária com o usuário é realizada através de um *display* LCD 16x2 com módulo I2C, conectado aos pinos de comunicação serial (SDA em A4 e SCL em A5). O protocolo I2C é escolhido para simplificar a fiação, utilizando apenas dois pinos de dados (além da alimentação) para controlar o *display*.

A funcionalidade do temporizador é controlada por um botão tátil (*Pushbutton*). O botão está configurado com uma resistência *pull-up* (interna no código, ou externamente com R1 de 10kΩ, embora o circuito use um resistor de *pull-down* na forma mostrada) para gerar um sinal limpo de *LOW* (pressionado) para o pino digital D2 do Arduino.

Em síntese, o sistema é um cronômetro digital I2C que oferece feedback visual e auditivo simples para registrar o período de um evento (como o movimento de um pêndulo), utilizando o botão como *trigger* de início e fim da medição.

O código responsável pela cronometragem automática no TinkerCad foi desenvolvido em linguagem C++ e pode ser consultado integralmente no Apêndice A.

3.4.2. Componentes Eletrônicos Empregues e Suas Funções

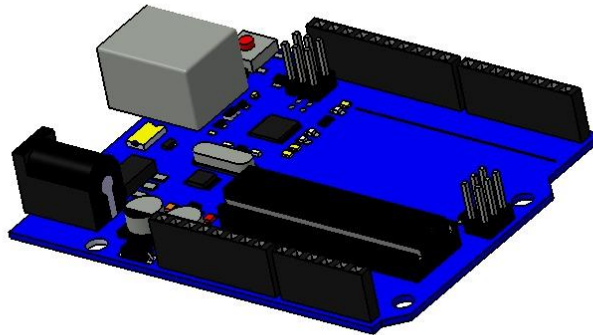
Diante deste contexto, o sistema eletrônico, na pratica, foi construído com base em uma arquitetura de baixo custo e alta viabilidade. A Tabela 7 mostra de forma detalhada todos os componentes utilizados para a produção do sistema Arduino.

Tabela 7. Componentes Eletrônicos Contidos no PN FFW-100-001-SA3

#	PART NUMBER (PN)	Descrição	QTDE
17	FFW-100-001-SA3	ARDUINO SENSOR MONTAGEM	1
18	Arduino UNO Rev3	MICROCONTROLADOR	1
19	USB CABO A/B	USB ARDUINO CABO	1
20	FIO JUMPER	FIO ELÉTRICO JUMPER	6
21	LED	LIGHT EMITTING DIODE (LED)	1
22	FC-51 SENSOR	SENSOR FC-51	1
23	LCD DISPLAY I2C	LCD DISPLAY I2C	1
24	RESISTOR	RESISTOR 150Ω	1

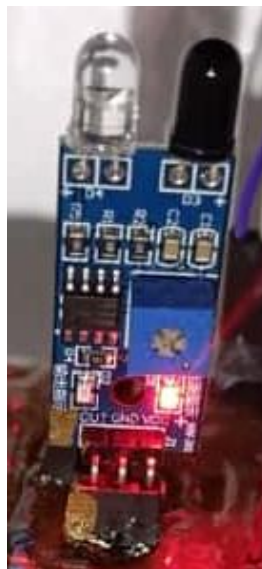
Fonte: Autores (2025).

Microcontrolador Arduino UNO: O Arduino foi selecionado como a unidade central de processamento, de forma a funcionar como um pequeno computador. Sua escolha se deve à sua facilidade de programação (linguagem C/C++ simplificada), vasta documentação e capacidade de gerenciar múltiplos sinais digitais e analógicos de forma eficiente. O Arduino é responsável por receber o sinal do sensor, processar a contagem de tempo, realizar os cálculos estatísticos do período e enviar o resultado para o display. O componente pode ser visualizado conforme Figura 38.

Figura 38. Arduino

Fonte: Autores (2025).

Sensor de Proximidade (FC-51): O sensor FC-51, de natureza ótico-reflexiva (infravermelho), foi escolhido devido ao seu baixo custo, facilidade de integração com o Arduino e alta taxa de resposta (fundamental para captar a passagem rápida da massa). Ele opera detectando a interrupção ou reflexão do feixe de infravermelho pela passagem da massa de prova. A emissão da luz infravermelha ocorre através do Diodo transparente, de forma que essa luz é direcionada para o caminho onde a massa do pêndulo irá passar. O fotodiodo, que é o LED receptor de cor preta, tem por função detectar a luz infravermelha refletida pela massa do pêndulo. O componente pode ser visualizado conforme Figura 39.

Figura 39. FC-51

Fonte: Autores (2025).

O sensor FC-51 foi estrategicamente posicionado para cronometrar a passagem da massa no ponto mais baixo de sua trajetória, uma escolha metodológica fundamentada em três argumentos cruciais para a precisão em um sistema real.

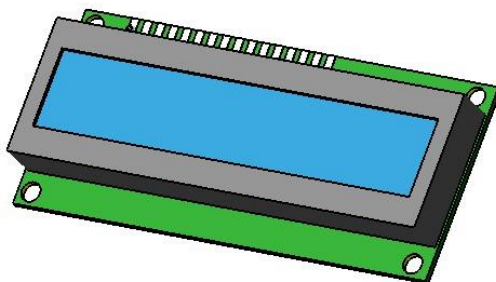
Primeiramente, a massa alcança sua máxima velocidade (e energia cinética) nesse ponto, resultando em uma interação mais rápida e concisa com o sensor, o que, por sua vez, minimiza a incerteza inerente ao tempo de resposta do componente eletrônico.

Em segundo lugar, a instalação do sensor na base simplifica significativamente a viabilidade construtiva e a calibração mecânica do aparato, tornando o projeto mais simples e replicável.

Por fim, a razão mais crítica reside na compensação de perdas por arrasto: em um sistema real, a resistência do ar causa uma progressiva dissipação de energia e a consequente diminuição da amplitude máxima. Caso o sensor fosse instalado nas extremidades da trajetória (os pontos mais altos), a perda gradual de amplitude faria com que a massa pudesse sair do alcance de detecção do sensor após algumas oscilações, inviabilizando a coleta da série completa de 30 amostras. A medição no ponto de equilíbrio garante que a massa sempre passará pelo sensor, mesmo com a redução da amplitude, permitindo a obtenção confiável da série de dados.

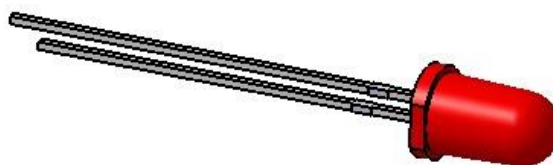
Display de Cristal Líquido (LCD): O display LCD 16x2 tem por objetivo principal a interface de usuário, de maneira que exibe de forma clara e imediata o período médio calculado. Isso elimina a necessidade de um computador externo durante a fase de coleta, conferindo portabilidade ao aparato, ou então a existência de uma cronometragem humana, dispensando imprecisões. O componente pode ser visualizado conforme Figura 40.

Figura 40. LCD



LED Vermelho: Um LED (diodo emissor de luz) de cor vermelha foi incorporado ao sistema para fornecer um feedback visual instantâneo ao operador. O acendimento do LED ocorre precisamente no momento em que o sensor FC-51 é ativado pela passagem da massa, indicando que o evento foi detectado e cronometrado pelo Arduino. O componente pode ser visualizado conforme Figura 41.

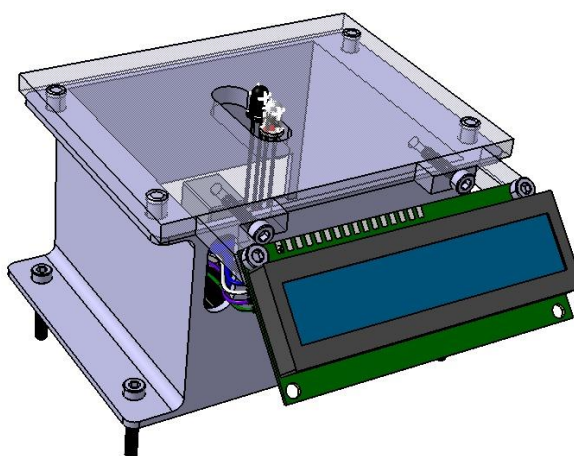
Figura 41. LED Vermelho



Fonte: Autores (2025).

Diante da apresentação dos componentes utilizados, a Figura 42 representa a montagem das submontagens FFW-100-001-SA2 - CAIXA ARDUINO MONTAGEM e FFW-100-001-SA3 - ARDUINO SENSOR MONTAGEM.

Figura 42. Montagem das Submontagens FFW-100-001-SA2/SA3



Fonte: Autores (2025).

3.4.3. Processo de Soldagem do Circuito Arduino.

Na fase prática da parte eletrônica do pêndulo em questão, adotou-se a soldagem direta dos componentes junto ao Arduino, diferentemente do projeto virtual feito. O processo de soldagem utilizado no projeto eletrônico, que substituiu a protoboard, é comumente conhecido como solda em placa perfurada.

O objetivo principal desse processo é criar conexões elétricas permanentes entre os terminais dos componentes (como o Arduino e o sensor) e os fios condutores, garantindo a estabilidade e a confiabilidade do circuito.

O processo é realizado utilizando um ferro de solda aquecido, cuja ponta é aplicada simultaneamente ao terminal do componente e à trilha da placa. O estanho (fio de solda) é, então, aplicado na junta aquecida, derretendo-se para criar uma ponte condutora de baixo contato elétrico.

Após o resfriamento, a solda forma um "cone" de solda brilhante, e o excesso de terminais é cortado.

Este método, embora exija mais tempo do que o uso de protoboard, essa escolha metodológica foi fundamental e estratégica, baseando-se em três critérios principais.

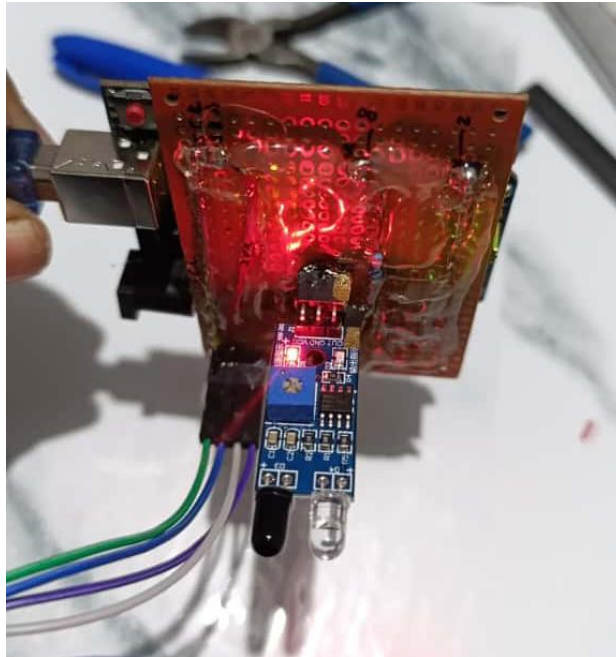
Primeiramente, a soldagem permite uma compactação significativa do circuito, reduzindo o volume e o espaço ocupado pelo Arduino e seus periféricos no corpo do pêndulo, o que é crucial para o design didático e a portabilidade do aparelho.

Em segundo lugar, ao criar conexões elétricas permanentes e de baixa resistência, a soldagem elimina o risco de mau contato e ruído elétrico, problemas frequentemente associados a protoboards e jumpers. Essa estabilidade é essencial para garantir a confiabilidade e a precisão da cronometragem de alta frequência do período de oscilação.

Por fim, a soldagem resulta em uma montagem de melhor acabamento estético e maior robustez mecânica, tornando o circuito menos suscetível a falhas ou deslocamentos de componentes causados por vibrações durante o manuseio ou transporte do pêndulo.

Diante disso, é possível ver o circuito finalizado e soldado conforme Figura 43.

Figura 43. Circuito Soldado e Finalizado



Fonte: Autores (2025).

3.4.4. Funcionamento do Sistema no Circuito Real

Soldada e finalizada a disposição dos componentes cruciais para o funcionamento do sistema Arduino, iniciou-se a etapa de verificação funcional e testes da eletrônica.

Na Figura 44, é verificada a mensagem “Sistema LCD iniciando” funcionando na prática.

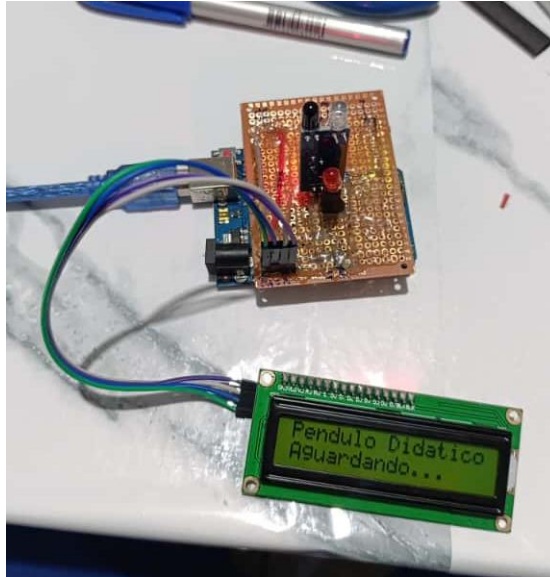
Figura 44. Sistema LCD Iniciando - Prática



Fonte: Autores (2025).

Na Figura 45, é vista a mensagem “Pêndulo Didático Aguardando”. Nesta fase do código, o sensor está pronto para funcionar e iniciar as medições e coletar as amostras.

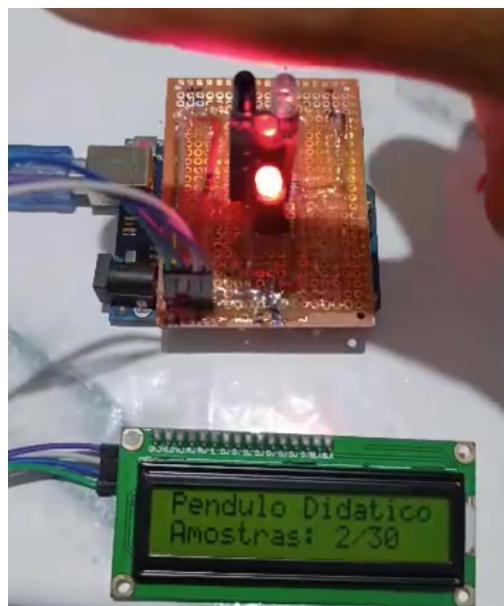
Figura 45. Pendulo Didático Aguardando - Prática



Fonte: Autores (2025).

Na Figura 46, o usuário faz um movimento com seu dedo sobre o sensor, que capta a amostra e exibe no *display* LCD. Neste momento, as amostras são contabilizadas no leitor LCD de forma sequencial e em tempo real.

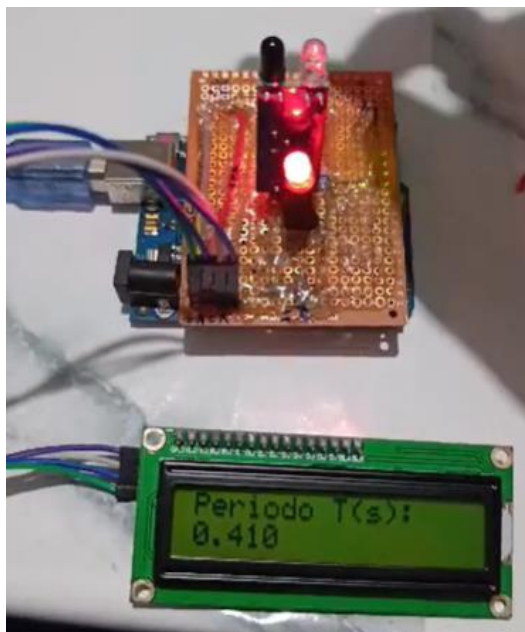
Figura 46. Número de Amostras Coletadas - Prática



Fonte: Autores (2025).

Na Figura 47, já foram apuradas as trinta amostras e é apresentado o tempo médio destas, em segundos.

Figura 47. Período Médio das Amostras - Prática



Fonte: Autores (2025).

Finalizado o experimento, o leitor LCD é programado para exibir a mensagem “Medição Finalizada! Obrigado!”, como é visto na Figura 48.

Figura 48. Medição Finalizada e Agradecimento - Prática



Fonte: Autores (2025).

Após o término da medição, o código é configurado com um *loop*, de forma que ele retorna ao estágio inicial, com a mensagem “Pêndulo Didático Aguardando”, conforme Figura 45, vista anteriormente.

O código responsável pela cronometragem automática na prática foi desenvolvido em linguagem C++ e pode ser consultado integralmente no Apêndice C.

3.5. Leitura de Dados Analógicos em Gráficos de Dispersão via Excel.

Durante o desenvolvimento do sistema automatizado de cronometragem do pêndulo didático, torna-se essencial compreender o funcionamento da leitura de dados analógicos em formato de gráficos no contexto da plataforma Arduino.

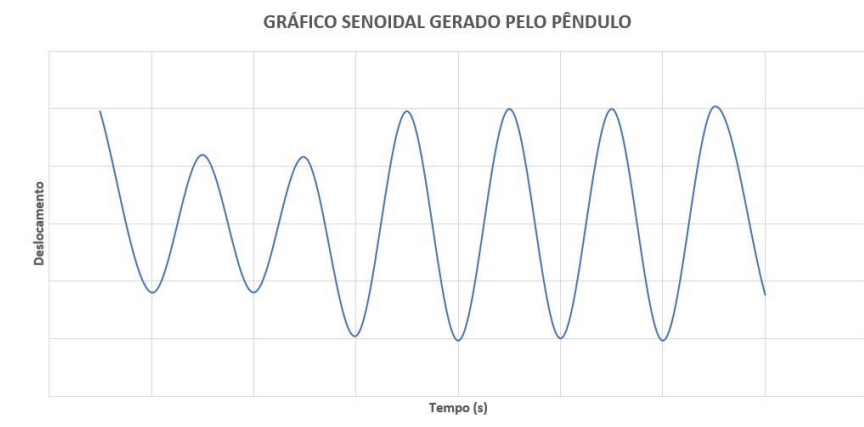
Com o objetivo de possibilitar essa análise de dados, o Arduino pode ser configurado para transmitir valores analógicos por meio da porta serial para um computador. Esses dados são, então, capturados em tempo real e exportados para algum software gráfico, onde o Excel se torna essencial.

Com isso, é possível visualizar o comportamento do sistema ao longo do tempo, como a variação do tempo de oscilação, a repetibilidade das medições e possíveis interferências no sinal.

Para isso, foi utilizada a *Data Streamer* do Microsoft Excel, uma ferramenta complementar que permite receber dados em tempo real de placas microcontroladores, tal qual ao Arduino empregue no trabalho.

Este gráfico gerado entre o Excel e o Arduino, assim como a exibição de dados no *display* LCD, é feita em tempo real. O gráfico pode ser visualizado conforme Figura 49.

Figura 49. Leitura Serial de Dados em Tempo Real via Excel



Fonte: Autores (2025).

A utilização da geração e interpretação de gráficos no experimento do pêndulo didático é uma ferramenta extremamente valiosa, pois transforma a coleta de dados brutos em um processo visual e analítico, aprofundando a compreensão dos estudantes.

O gráfico permite que os alunos visualizem a repetibilidade do período de oscilação (T) ao longo de múltiplas amostras, o que, por sua vez, confirma a premissa teórica do Movimento Harmônico Simples (MHS).

Além disso, a visualização em tempo real das leituras seriais capacita os estudantes a identificar anomalias no sinal, como picos que indicam ruído elétrico ou interferências mecânicas. Essa análise estimula o senso crítico sobre as limitações de um sistema real e a necessidade de controle de variáveis.

Ao coletar e plotar diversas amostras, o gráfico demonstra visualmente o conceito de dispersão de dados e reforça a importância de calcular a média aritmética (como o Arduino faz) para mitigar o erro aleatório. Finalmente, o gráfico atua como uma ponte didática, ilustrando como o sinal digital capturado pelo sensor FC-51 é traduzido em um dado físico quantificável, demonstrando a aplicação prática da eletrônica (Arduino) como um instrumento de alta precisão para resolver problemas de Física Clássica.

3.6. Funcionamento do Pêndulo Finalizado.

O funcionamento do pêndulo didático finalizado culminou na integração precisa da estrutura mecânica com o sistema eletrônico de cronometragem, configurando um instrumento de alta precisão para a determinação da aceleração da gravidade (g).

A fundação do aparato foi estabelecida pela montagem estrutural em alumínio, composta pela base e coluna vertical, fixadas de modo rígido e equipadas com pés niveladores ajustáveis. Essa rigidez e o nivelamento são cruciais para garantir que a oscilação do pêndulo obedeça às premissas do Movimento Harmônico Simples (MHS), atuando estritamente no plano vertical.

Paralelamente, a cronometragem foi automatizada por um Arduino, com o circuito eletrônico crucial soldado diretamente (mitigando problemas de mau contato) e abrigado em um invólucro protetor.

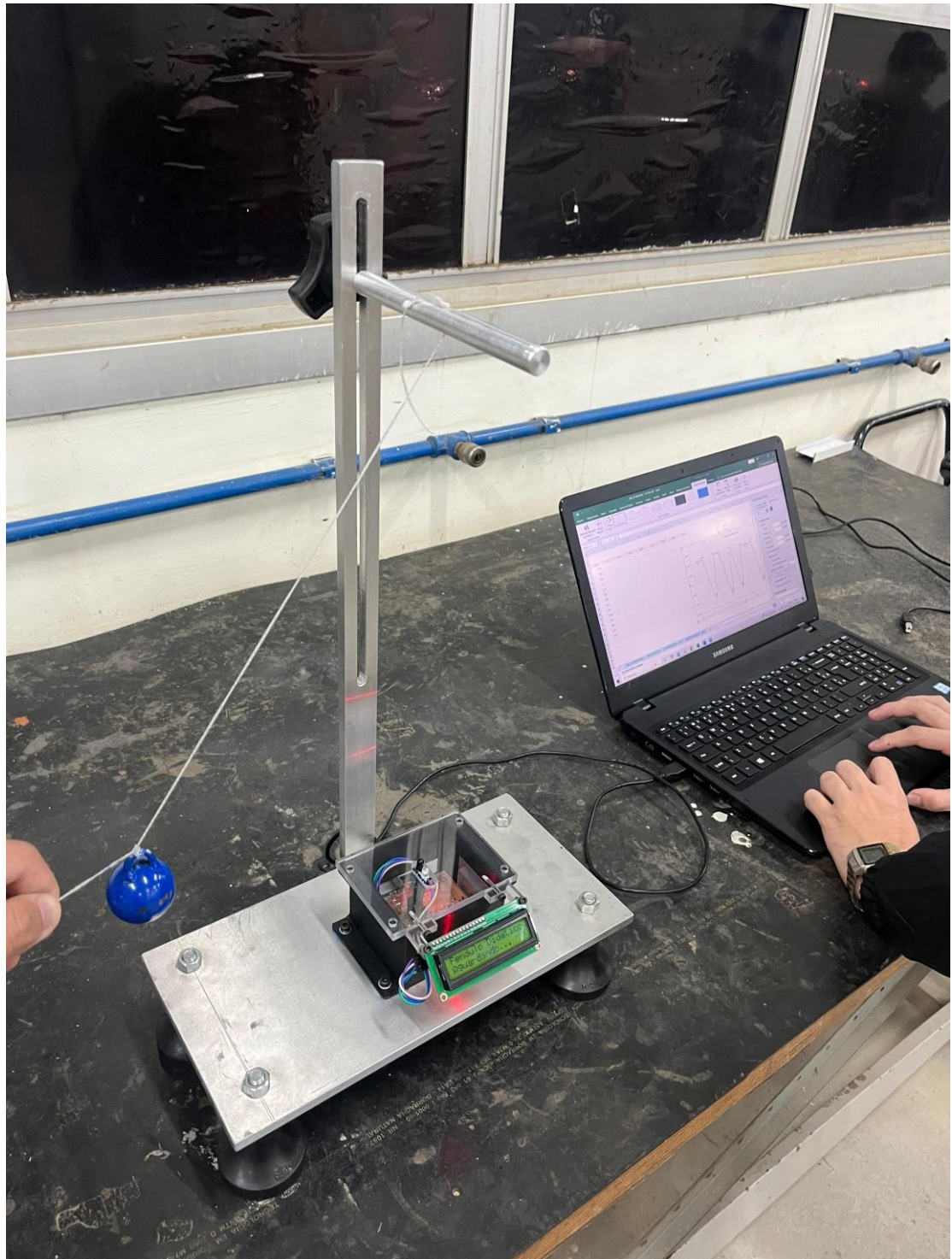
O sensor FC-51 foi estrategicamente posicionado para medir a passagem da massa no ponto de equilíbrio, garantindo a coleta de dados ininterrupta, mesmo com a redução da amplitude causada pelo arrasto do ar.

O sistema finaliza o processo calculando e exibindo o Período Médio (T) no display LCD, e, adicionalmente, transmite os dados brutos para softwares externos, permitindo aos

estudantes uma análise gráfica mais aprofundada da repetibilidade e do comportamento do sistema.

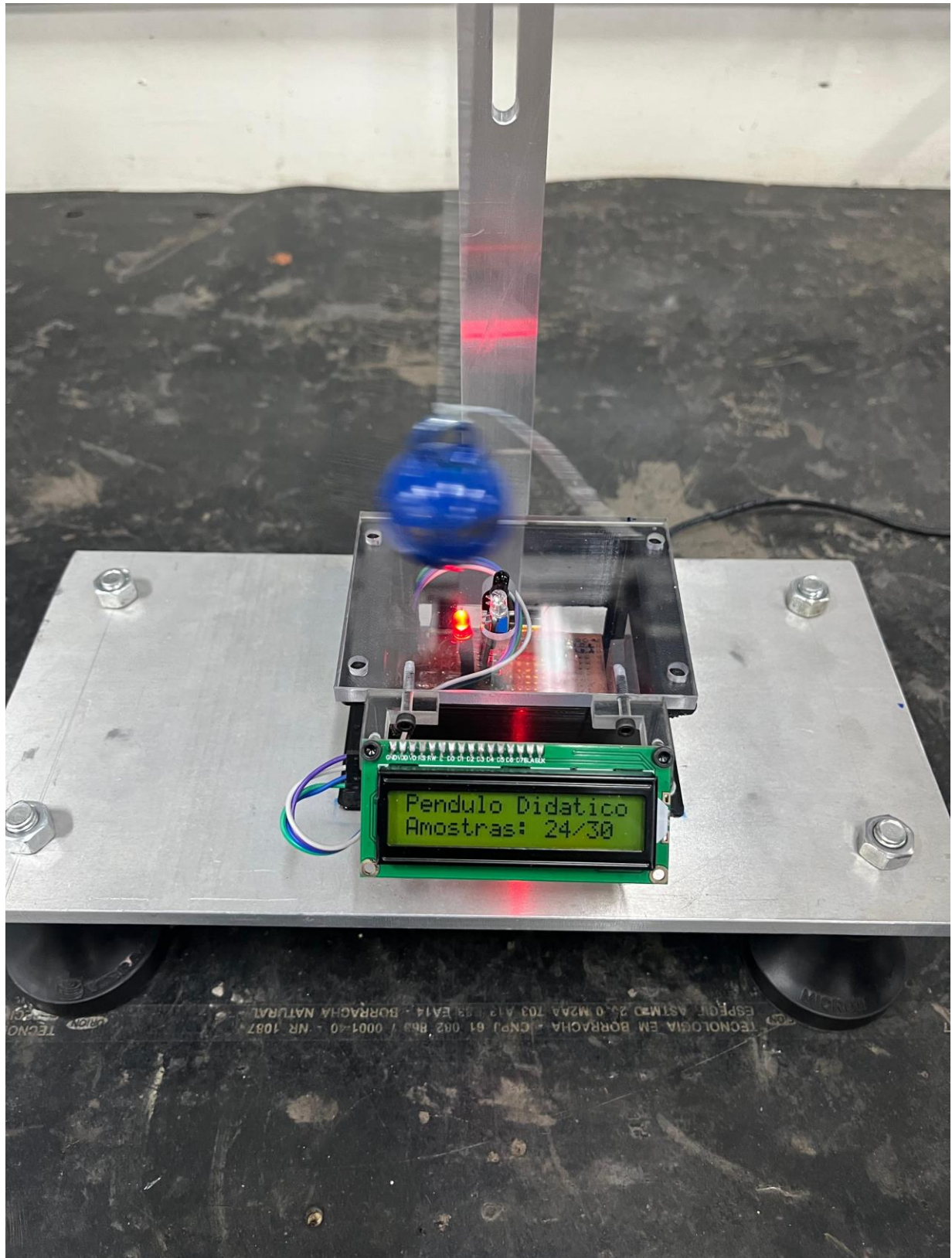
Todas estas informações podem ser vistas nas Figuras 50, 51 e 52.

Figura 50. Pêndulo Finalizado



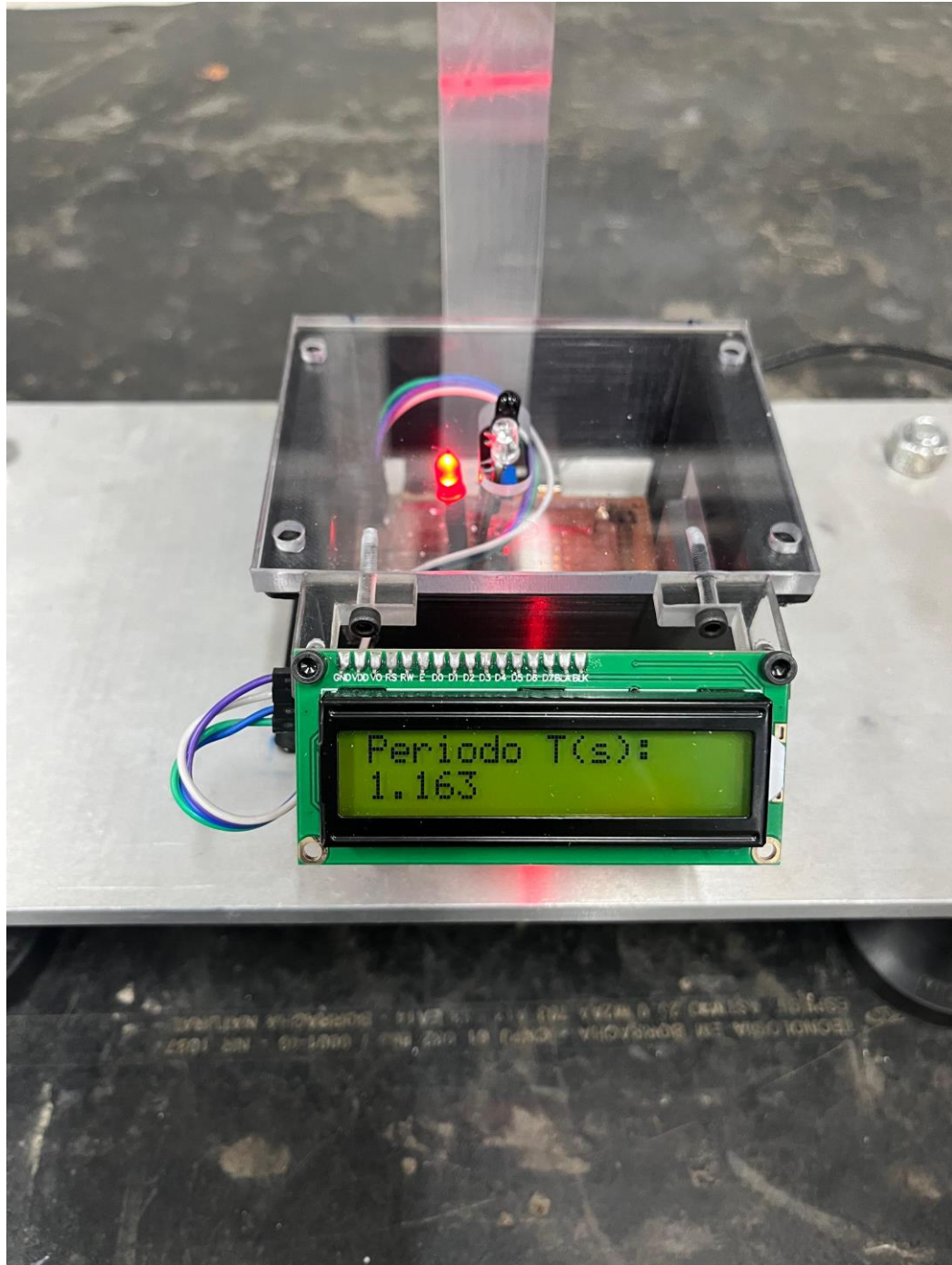
Fonte: Autores (2025).

Figura 51. Passagem da Massa Sobre o Pêndulo



Fonte: Autores (2025).

Figura 52. Leitor LCD Mostrando Período.



Fonte: Autores (2025).

3.7. Precificação do Pêndulo

Durante o levantamento inicial do projeto, constatou-se que existem poucas opções comerciais de pêndulos destinados a fins didáticos, além de que nenhum dos modelos encontrados apresentava sistemas automatizados de cronometragem via Arduino disponível à venda, como o desenvolvido neste trabalho.

Essa constatação reforça a relevância da construção de um protótipo inovador e funcional, que alia baixo custo à introdução de recursos tecnológicos no ensino de vibrações e física.

A etapa de precificação torna-se, portanto, essencial para comparar a viabilidade econômica do modelo construído com as alternativas existentes no mercado. Foi identificado que um pêndulo simples, comercializado para fins educacionais, apresenta valor aproximado de R\$ 300,00, sem incluir sistemas de medição eletrônica ou estrutura modular.

Seguem abaixo considerações importantes para o processo de precificação e demonstração dos valores gastos para a fabricação do pêndulo como um todo:

- O valor dos itens em alumínio foi calculado com base no preço por quilograma e volume de material consumido nas peças FFW-001-001, FFW-002-001 e FFW-003-001, que é crucial para precificação da estrutura mecânica;
- Os parafusos Allen e porcas foram orçados de acordo com o adquirido para o desenvolvimento do projeto. Os valores são individuais e unitários;
- Os pés niveladores de borracha, assim como os parafusos e porcas empregues, foram adquiridos como produtos prontos.
- O fio de Nylon, apesar de necessitar de 50 cm para a confecção do pêndulo projeto, foi comprado um carretel inteiro de linha;
- O cabo USB que realiza conexão entre o microcontrolador Arduino UNO Rev 3 e o computador, é vendido juntamente ao Arduino. Por este motivo, o valor do cabo USB está incluído ao valor do Arduino;
- Nos custos, não considerados os valores de serviço de montagem ou similares, apenas o valor de compra dos componentes necessários para a produção do pêndulo.

A seguir, apresenta-se na Tabela 8 a estimativa de custos dos principais componentes do protótipo desenvolvido, considerando o valor dos materiais, elementos de fixação e componentes eletrônicos necessários para o desenvolvimento do pêndulo em questão.

Tabela 8. Precificação dos Materiais Utilizados.

#	PART NUMBER (PN)	Preço por Kg (R\$)	Peso (kg)	Preço Unitário (R\$)	QTDE	Preço Total (R\$)
1	FFW-100-001				1	
2	FFW-100-001-SA1				1	
3	FFW-001-001	R\$ 19,02	1,1	R\$ 20,00	1	R\$ 20,00
4	FFW-002-001	R\$ 38,88	0,5	R\$ 20,00	1	R\$ 20,00
5	FFW-003-001	R\$ 194,92	0,1	R\$ 20,00	1	R\$ 20,00
6	MICRO II			R\$ 34,90	4	R\$ 139,60
7	PARAFUSO ALLEN			R\$ 0,15	1	R\$ 0,15
8	MANÍPULO			R\$ 5,00	1	R\$ 5,00
9	FFW-100-001-SA2				1	
10	FFW-004-001	R\$ 100,00	0,6	R\$ 60,36	1	R\$ 60,36
11	FFW-005-001	R\$ 5,00	0,0	R\$ 0,23	1	R\$ 0,23
12	FFW-006-001	R\$ 5,00	0,0	R\$ 0,01	1	R\$ 0,01
13	FFW-007-001	R\$ 5,00	0,0	R\$ 0,01	1	R\$ 0,01
14	PARAFUSO ALLEN			R\$ 0,30	8	R\$ 2,40
15	PORCA			R\$ 0,30	4	R\$ 1,20
16	ARRUELA			R\$ 0,30	4	R\$ 1,20
17	FFW-100-001-SA3				1	
18	Arduino UNO Rev3			R\$ 58,60	1	R\$ 58,60
19	USB CABO A/B			R\$ 0,00	1	R\$ 0,00
20	FIO JUMPER			R\$ 0,60	6	R\$ 3,60
21	LED			R\$ 0,15	1	R\$ 0,15
22	FC-51 SENSOR			R\$ 12,90	1	R\$ 12,90
23	LCD DISPLAY I2C			R\$ 58,09	1	R\$ 58,09
24	RESISTOR			R\$ 0,20	1	R\$ 0,20
25	FFW-007-001	R\$ 29,16	0,5	R\$ 15,00	1	R\$ 15,00
26	FFW-008-001	R\$ 68,01	0,2	R\$ 12,00	1	R\$ 12,00
27	FIO DE NYLON			R\$ 16,47	0,5	R\$ 16,47
						R\$ 447,17

Fonte: Autores (2025).

Apesar de apresentar um custo superior ao modelo comercial citado, o pêndulo aqui desenvolvido, que custou aproximadamente R\$ 447,17 para ser produzido, oferece maior modularidade para adaptações futuras e integração com sistemas automatizados, o que o torna uma alternativa mais completa e versátil para uso em laboratórios didáticos, além de trazer à tona a dinâmica, tornando o experimento mais interessante.

Importante destacar que, no início do desenvolvimento do presente trabalho, a seleção dos materiais foi pensada de forma a ser a mais simples e viavelmente econômica possível, de

tal forma que o desenvolvimento deste pêndulo possa influenciar cada leitor, caso haja interesse, a reproduzi-lo.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

No capítulo 4, resultados e discussões, é exposta a avaliação dos principais objetivos postos inicialmente a respeito do projeto, se analisando a eficácia da proposta desenvolvida. Serão apresentados os resultados obtidos durante os experimentos realizados com o pêndulo desenvolvido, além de demonstrar os cálculos empregues para o cálculo da aceleração da gravidade e as imprecisões existentes que deverão ser levadas em conta em relação à uma situação ideal.

4.1. Combinações Diferentes Empregues no Experimento

A fim de ampliarmos a análise e amostragem experimental do sistema do pêndulo construído, foram usadas duas esferas de aço com diferentes diâmetros, consequentemente diferentes pesos, e diferentes comprimentos de fio, resultando em quatro diferentes combinações possíveis de serem realizadas.

As variações na massa da esfera e no comprimento do fio utilizado no experimento tem por objetivo avaliar a influência dessas características no comportamento dinâmico do pêndulo, de forma a resultar em quatro diferentes combinações a serem empregues ao decorrer da análise experimental.

As esferas, a fim de facilitar identificação, foram pintadas conforme Tabela 9.

Tabela 9. Esferas Utilizadas no Experimento

<i>PART NUMBER (PN)</i>	Descrição	Dimensões (mm)	Peso (g)	Cor da Esfera
FFW-007-001	ESFERA DE AÇO	ø50	514,4	Vermelha
FFW-008-001	ESFERA DE AÇO	ø35	176,5	Azul

Fonte: Autores (2025).

As esferas utilizadas no experimento podem ser vistas conforme Figura 53.

Figura 53. Esferas Utilizadas no Experimento.



Fonte: Autores (2025).

As diferentes combinações a serem utilizadas estão dispostas na Tabela 10.

Tabela 10. Combinações Realizadas Entre Massas e Comprimentos do Fio

Combinação	Comprimento do Fio (mm)	Esfera
1	320	Vermelha
2	210	Azul
3	210	Vermelha
4	320	Azul

Fonte: Autores (2025).

A escolha por variações no tamanho e na massa da esfera tem como objetivo avaliar a influência dessas características no comportamento dinâmico do pêndulo. Ademais, a escolha de múltiplas esferas permite, portanto, comparar experimentalmente esses efeitos e validar, ou não, a independência da massa em relação ao período, conforme previsto teoricamente de acordo com a Equação 14.

4.2. Realização dos Experimentos

Após a fabricação das peças mecânicas e a finalização da montagem do sistema eletrônico, deu-se início à fase de testes experimentais do pêndulo didático. Nesta etapa, foram realizados ensaios com diferentes combinações de esferas metálicas e comprimentos de fio, expostos anteriormente.

O principal objetivo foi observar o comportamento do sistema oscilante e registrar os períodos de oscilação com o auxílio do sensor.

Os resultados obtidos, conforme Tabela 11 permitiram observar a influência do comprimento do fio e da massa sobre o movimento do pêndulo. De acordo com a teoria do pêndulo simples, que faz parte dos estudos do Movimento Harmônico Simples (MHS), o período de oscilação T não depende da massa, e sim diretamente do comprimento do fio l e da aceleração gravitacional g .

Tabela 11. Período Médio Medido e Frequência para Cada Associação

Combinação	Comprimento do Fio (mm)	Esfera	Período Médio Medido (s)
1	320	Vermelha	1,227
2	210	Azul	0,98
3	210	Vermelha	0,969
4	320	Azul	1,198

Fonte: Autores (2025).

4.3. Cálculo da Aceleração da Gravidade a Partir dos Resultados Obtidos

Com base nos dados obtidos a partir dos experimentos realizados com o pêndulo desenvolvido, foi possível aplicar a equação do período do pêndulo simples, apresentada de acordo com a Equação 14, mas também obtermos o mesmo dado a partir de forma gráfica.

4.3.1. Determinação da Gravidade de Forma Algébrica

Com a coleta de dados feita por meio do sistema automatizado realizado, utilizando o sensor refletivo para detectar as passagens da esfera pelo ponto mais baixo da trajetória e o *display* LCD para exibir a média dos períodos de trinta ciclo, a fórmula foi aplicada individualmente para cada configuração, permitindo a obtenção de valores aproximados da aceleração da gravidade local. Em seguida, foi feita uma média entre esses resultados para confrontá-los com o valor de referência adotado para a gravidade padrão, de aproximadamente $9,81 \text{ m/s}^2$.

Na Tabela 12, é possível visualizar o cálculo feito para a determinação da aceleração da gravidade, em base dos dados obtidos experimentalmente. Importante destacarmos a necessidade da conversão da unidade do comprimento do fio para metros. Essa conversão é

necessária para estar de acordo com o Sistema Internacional de Unidades (SI), que apresenta as diferentes formas de aceleração em metros por segundo ao quadrado (m/s^2).

Tabela 12. Cálculo da Aceleração da Gravidade

Combinação	Comprimento do Fio (mm)	Esfera	Período Médio Medido (s)	Aceleração da Gravidade (m/s^2)	Frequência (Hz)
1	320	Vermelha	1,227	10,30	0,81
2	210	Azul	0,98	8,46	1,02
3	210	Vermelha	0,969	8,56	1,03
4	320	Azul	1,198	10,55	0,83
			Média	9,46	

Fonte: Autores (2025).

Os testes indicaram que, para comprimentos maiores de fio, o período de oscilação aumentou e a frequência diminuiu, de tal forma que é possível afirmar, de forma empírica, a relação quadrática diretamente proporcional entre o comprimento e o período previsto pela Equação 14.

Além dessa observação fundamental, a análise dos dados revelou uma variação na aceleração da gravidade calculada entre os diferentes ensaios. Tal variação, que se desvia do valor teórico padrão, indica a influência de incertezas e de fatores não-ideais do sistema, como o arrasto aerodinâmico ou imprecisões na medição do comprimento exato do pêndulo.

Esse procedimento experimental não apenas permitiu validar a eficácia do sistema automatizado desenvolvido, como também reforçou a aplicabilidade dos conceitos teóricos da física clássica.

4.3.2. Determinação da Gravidade de Forma Gráfica

Após a determinação da aceleração da gravidade por meio do cálculo algébrico, esta seção concentra-se na validação dos resultados através da análise gráfica, um método mais robusto que utiliza a tendência global do conjunto de dados experimentais. A metodologia baseia-se na aplicação da Regressão Linear sobre a equação linear do Pêndulo Simples.

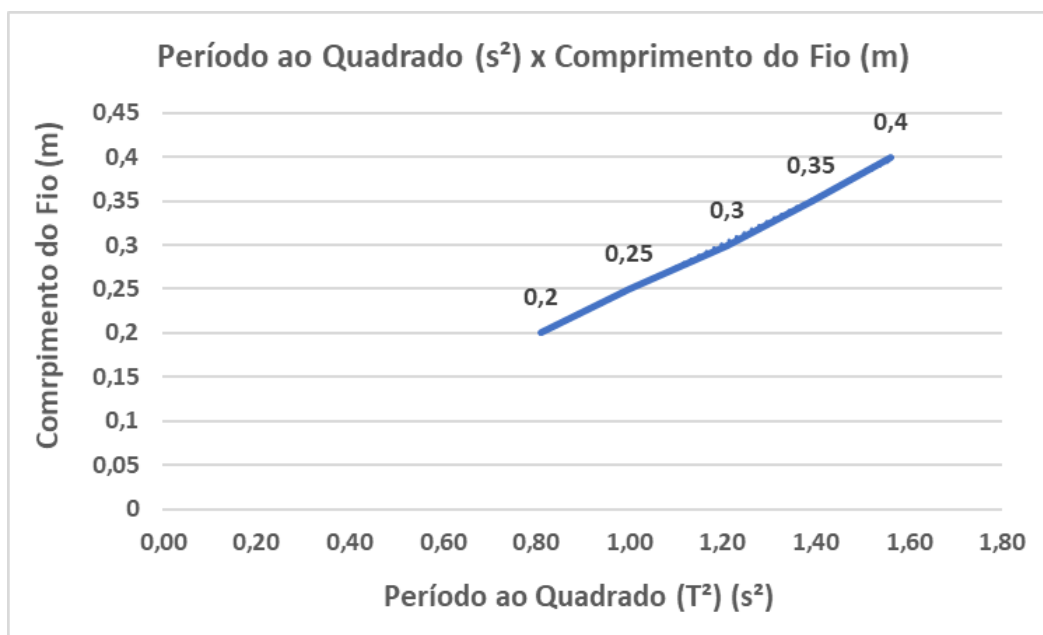
O estudo foi conduzido utilizando-se uma série de cinco medições, com cinco diferentes comprimentos, aos quais corresponderam períodos médios de oscilação conforme Tabela 13. Para adequar os dados à Equação 16, os valores de **T** foram elevados ao quadrado, conforme Tabela 13.

Tabela 13. Cálculo do Período ao Quadrado

Comprimento do Fio (mm)	Período Médio Medido (s)	Período Médio Medido ao Quadrado (s ²)
0,2	0,9	0,81
0,25	1,0	1,00
0,3	1,1	1,21
0,35	1,2	1,39
0,4	1,3	1,56

Fonte: Autores (2025).

Por fim, a Figura 54 mostra graficamente a relação entre o comprimento do fio e o período ao quadrado T^2 , para os valores medidos. Como esperado, o comprimento do fio aumenta de maneira proporcional ao aumento de T^2 , de forma a resultar em um gráfico de linha reta.

Figura 54. Período ao Quadrado (s²) x Comprimento do Fio (m)

Fonte: Autores (2025).

Para calcular a inclinação da reta apresentada no gráfico “Período ao Quadrado (T^2) x Comprimento do Fio (m)” e determinar a aceleração da gravidade através do gráfico, é empregue a fórmula da inclinação (a) de uma reta, dada pela Equação 17:

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad (17)$$

Ao aplicar a Equação 17 com os valores dados, é possível obter:

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} \therefore a = \frac{0,4 \text{ m} - 0,2 \text{ m}}{1,56 \text{ s}^2 - 0,81 \text{ s}^2} \therefore a = \frac{0,2 \text{ m}}{0,75 \text{ s}^2} \therefore a = 0,26 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

A inclinação da reta, a , obtida para a partir dos dados experimentais é de $0,26 \text{ m/s}^2$. Utilizando a Equação Geral da Reta, dada pela Equação 18, é possível realizarmos uma comparação a fim de identificarmos os termos, conforme Figura 55.

$$y = ax + b \quad (18)$$

Figura 55. Identificação de Termos

$$\underbrace{L}_y = \underbrace{\left(\frac{g}{4\pi^2}\right)}_a \cdot \underbrace{T^2}_x + \underbrace{0}_b$$

Fonte: Autores (2025).

Desta forma, é possível igualarmos a , conforme Equação 19.

$$a = \frac{g_{exp}}{4\pi^2} \quad (19)$$

Onde, g_{exp} é a gravidade experimental calculada através do experimento (m/s^2).

Ao aplicar a Equação 19 com os valores dados, é possível obter:

$$a = \frac{g_{exp}}{4\pi^2} \therefore 0,26 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \frac{g_{exp}}{4\pi^2} \therefore g_{exp} = 10,516 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

O valor da aceleração da gravidade experimental (g_{exp}) obtido a partir da inclinação do gráfico é de aproximadamente $10,52 \text{ m/s}^2$.

4.3.3. Fatores Influenciadores no Cálculo

De acordo com os princípios da física clássica, o período de oscilação de um pêndulo simples depende apenas do comprimento do fio e da aceleração da gravidade local, não sendo influenciado pela massa do corpo oscilante (RAO, 2011). Importante destacar que um dos fatores práticos que causam interferência nos cálculos é a resistência do ar, que pode causar uma leve imprecisão.

Além da resistência do ar, outro fator que deve ser levado em consideração e pode causar interferências em relação à uma situação ideal é o ligeiro desvio do centro de massa que a movimentação da massa pode causar sobre o pêndulo, o que pode gerar pequenas alterações no ponto de equilíbrio e, conseqüentemente, no período real observado.

Diante disso, a determinação da precisão do aparato didático e da metodologia de medição é realizada através do cálculo do Erro Percentual, que quantifica a diferença entre o valor da aceleração da gravidade experimental (G_{exp}) e o valor teórico de referência ($G_{teórico}$).

Para o cálculo do erro percentual, pode-se seguir a Equação 20:

$$Erro\ Percentual = \left(\frac{G_{exp} - G_{teórico}}{G_{teórico}} \right) \times 100\% \quad (20)$$

Ao aplicar a Equação 20 com os valores dados, é possível obter:

$$Erro\ Percentual = \left(\frac{10,52 - 9,81}{9,81} \right) \times 100\%$$

$$Erro\ Percentual = \left(\frac{0,72}{9,81} \right) \times 100\% \quad \therefore \quad Erro\ Percentual \approx 7,23\%$$

Ou seja, para este experimento, nestas condições, o período determinado através pêndulo teve um erro percentual de 7,23% em relação ao valor teórico. Este valor, por sua vez, é um desvio esperado em experimentos didáticos, de forma que não dispõem do mesmo nível de um gravímetro, por exemplo.

4.3.3.1. Comparação Entre os Métodos Algébrico e Método Gráfico

A etapa final de análise experimental consistiu na avaliação comparativa entre os dois métodos de cálculo aplicados – o Método Algébrico e o Método Gráfico – em relação à aceleração da gravidade local de São José dos Campos, definida como $9,788 \text{ m/s}^2$. Esta comparação é crucial para validar a precisão de cada abordagem.

O Método Algébrico, que utiliza a média dos valores da gravidade calculados individualmente para cada combinação experimental (Combinações 1 a 4), resultou em um valor de $g = 9,46 \text{ m/s}^2$.

Em contraste, o Método Gráfico, que emprega a inclinação da reta de ajuste na plotagem de T^2 versus l para capturar a tendência global dos dados, forneceu um valor de $g = 10,52 \text{ m/s}^2$.

A Tabela 14 sumariza o erro percentual de cada método em relação ao valor de referência local.

Tabela 14. Erro Percentual

Método de Cálculo	Aceleração da Gravidade (m/s^2)	Erro Percentual
Referência SJC	9,788	0%
Algébrico (média)	9,46	3,35%
Gráfico (regressão)	10,52	7,48%

Fonte: Autores (2025).

A comparação direta das percentagens de erro revela que o Método Algébrico foi o mais assertivo numericamente neste conjunto de dados, apresentando um erro de 3,35% em relação à gravidade local, um valor significativamente menor do que o erro de 7,48% obtido pelo Método Gráfico.

Este resultado, no entanto, exige uma interpretação aprofundada. O Método Gráfico (Regressão Linear) é, em princípio, o método cientificamente mais rigoroso para determinar constantes físicas, pois baseia o resultado em uma tendência estatística que minimiza erros de leitura aleatórios e valida o modelo linear da Equação 16.

O desvio de 7,48% na Regressão Linear é um indicador mais fiel da presença e do efeito de erros sistemáticos inerentes ao aparato, como o arrasto aerodinâmico ou a não-idealidade do ponto de suspensão.

A maior precisão numérica do Método Algébrico $9,46 \text{ m/s}^2$ sugere que o conjunto de dados pode ter apresentado uma compensação acidental de erros pontuais; ou seja, os desvios positivos $10,55 \text{ m/s}^2$ e negativos $8,46 \text{ m/s}^2$ tenderam a se anular na média final.

Em conclusão, enquanto o Método Algébrico provou ser numericamente mais próximo da gravidade de referência para este experimento específico, o Método Gráfico é o mais adequado para demonstrar a validade da relação linear entre l e T^2 e isolar o impacto dos erros sistemáticos na determinação da aceleração da gravidade.

4.4. Propostas de Exercícios Didáticos com o Pêndulo

É importante apresentar propostas de exercícios didáticos com o pêndulo, principalmente porque isso amplia o uso do protótipo de forma educacional, de forma a fortalecer o caráter formativo e interdisciplinar do projeto, a permitir que professores adaptem o material a diferentes níveis de ensino e objetivos pedagógicos.

Abaixo estão algumas sugestões de exercícios didáticos.

1) Cálculo da Aceleração da Gravidade Local

Enunciado: Determine experimentalmente o valor da gravidade no local utilizando diferentes comprimentos de fio.

Instruções:

- Fixar uma massa qualquer;
- Repetir o experimento com fios de diferentes comprimentos;
- Calcular o valor médio de g usando a Equação 14, apresentada anteriormente.

Discussão: Comparar o valor obtido com o valor-padrão de $9,81 \text{ m/s}^2$ e discutir possíveis causas de variação.

2) Investigação da Relação Entre Massa e Pêndulo.

Enunciado: Durante os experimentos com o pêndulo, foram utilizadas três esferas de aço com massas diferentes, mas mantido o mesmo comprimento de fio. Com base nas medições do período de oscilação para cada massa, analise se houve variação significativa no valor do período.

Discussão: Discuta se a massa interfere ou não o período de um pêndulo.

Resolução: Como a massa não consta na Equação 14, ela não influencia o tempo que o pêndulo leva para completar uma oscilação. Isso foi demonstrado por Galileu, como apresentado na fundamentação teórica do presente trabalho, e é uma das bases do estudo do

movimento harmônico simples. Portanto, variar a massa da esfera nos experimentos deve não alterar o período significativamente.

3) Determinação do Período do Pêndulo em Outros Planetas

Enunciado: Sabendo que o período de um pêndulo depende da aceleração da gravidade, simule a variação do período caso o pêndulo fosse empregue na superfície de outros planetas do sistema solar e na Lua. Utilize a fórmula do pêndulo simples para calcular o período na Terra, Lua, Marte, Júpiter, Mercúrio e Saturno, considerando um comprimento de fio de 25 cm. Dado que:

Terra: $g = 9,81 \text{ m/s}^2$;

Lua: $g = 1,62 \text{ m/s}^2$;

Marte: $g = 3,73 \text{ m/s}^2$;

Júpiter: $g = 24,79 \text{ m/s}^2$;

Mercúrio: $g = 3,7 \text{ m/s}^2$;

Saturno: $g = 10,44 \text{ m/s}^2$.

Instruções:

- Utilizar a Equação 14 para simular como o pêndulo se comportaria em diferentes planetas e na Lua.

Discussão: Calcular e comparar o período do mesmo pêndulo na Lua e nesses diferentes planetas e discutir como a gravidade afeta o movimento da massa conectada ao pêndulo.

Resolução: Como visto anteriormente, a gravidade é importante para a movimentação do pêndulo, uma vez que, quando a massa atinge o ponto de altura máxima em sua trajetória, a energia existente no sistema mecânico neste instante é totalmente potencial gravitacional. Portanto, o pêndulo enquanto sistema de estudos mecânicos, há uma grande diferença no período de movimentação do pêndulo quando submetido a diferentes acelerações de gravidade, como em outros planetas em relação à Terra.

A Tabela 15 expõe o cálculo realizado para o período caso o pêndulo fosse submetido à gravidade de outros corpos celestes.

Tabela 15. Cálculo do Período em Diferentes Planetas

Planeta	Comprimento do Fio (mm)	Período Médio Medido (s)	Aceleração da Gravidade (m/s ²)
Terra	25	1,00	9,81
Lua	25	2,47	1,62
Marte	25	1,63	3,73
Júpiter	25	0,63	24,79
Mercúrio	25	1,63	3,7
Saturno	25	0,97	10,44

Fonte: Autores (2025).

4) Determinação da Gravidade de Outros Planetas Através do Pêndulo

Enunciado: Durante os testes com o pêndulo automatizado, foi possível medir o período de oscilação e, com isso, calcular a aceleração da gravidade na superfície terrestre. Sabendo que a gravidade depende da massa e do raio do planeta, utilize a Lei da Gravitação Universal para estimar a gravidade em outros corpos celestes. A Lei da Gravitação Universal é expressa pela Equação 21 (RAO, 2011).

$$g = \frac{GM}{r^2} \quad (21)$$

onde, g é a aceleração da gravidade (m/s²); G é a constante gravitacional universal de forma que $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$; M é a massa do planeta (kg); r é o raio do planeta (m).

Dado que:

Terra: $M = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$; $r = 6,37 \times 10^6 \text{ m}$.

Marte: $M = 6,42 \times 10^{23} \text{ kg}$; $r = 3,39 \times 10^6 \text{ m}$.

Júpiter: $M = 1,9 \times 10^{27} \text{ kg}$; $r = 6,99 \times 10^7 \text{ m}$.

a) Calcule o valor da gravidade superficial (g) para cada planeta.

Resolução: A Tabela 16 expõe o cálculo realizado para determinar a gravidade para cada planeta dado no exercício.

Tabela 16. Cálculo da Gravidade em Diferentes Planetas

Planeta	Massa (kg)	Raio (m)	Constante Gravitacional Universal (Nm^2/kg^2)	Gravidade (m/s^2)
Terra	5,97E+24	6,37E+06	6,67E-11	9,81
Marte	6,42E+23	3,39E+06	6,67E-11	3,73
Júpiter	1,90E+27	6,99E+07	6,67E-11	25,94

Fonte: Autores (2025)

- b) Sabendo que o pêndulo utilizado no experimento tem 30 cm de comprimento, calcule o período de oscilação T em cada planeta usando a Equação 14.

Resolução: A Tabela 17 expõe o cálculo realizado para determinar o período do pêndulo para cada planeta dado no exercício.

Tabela 17. Cálculo do Pêndulo em Diferentes Planetas

Planeta	Comprimento do Fio (cm)	Gravidade (m/s^2)	Período de Oscilação (s)
Terra	30	9,81	1,1
Marte	30	3,73	1,8
Júpiter	30	25,94	0,7

Fonte: Autores (2025)

- c) Discuta qual planeta teria o menor e o maior período de oscilação e explique o porquê.

Resolução: O período de oscilação de um pêndulo depende diretamente da aceleração da gravidade do local onde atua o sistema, de forma que existe uma relação inversamente proporcional entre si.

Portanto, quanto menor for a gravidade g , maior será o período T , ou seja, o pêndulo oscilará mais lentamente; quanto maior for a gravidade g , menor será o período T , ou seja, o pêndulo oscilará mais rapidamente.

A implementação de atividades didáticas no projeto do pêndulo oferece uma aprendizagem mais prática e envolvente, conectando teoria e experimentação, de forma a promover o raciocínio crítico e a compreensão de conceitos físicos fundamentais.

4.5. Aplicação Didática do Protótipo

O projeto representa uma poderosa ferramenta de apoio ao ensino de física e vibrações, sobretudo no que tange à dinâmica de corpos oscilantes, movimento harmônico simples e à determinação experimental da aceleração da gravidade (g). Sua principal vantagem é promover um aprendizado prático e interativo, superando os limites das abordagens exclusivamente teóricas.

O protótipo facilita o entendimento dos conceitos físicos envolvidos, tais como:

- Independência da massa no tempo de oscilação do pêndulo simples, ideia a qual muitas vezes é erroneamente associada;
- A influência direta do comprimento do fio no período;
- A relação entre frequência, período e gravidade.

O dispositivo, por outro lado também é ideal para o uso em sala de aula, pois:

- Possui estrutura leve e portátil;
- Tem montagem simples;
- Permite variação dos parâmetros experimentais de forma simples (massa e comprimento);
- Integra de forma interdisciplinar conhecimentos de processos de fabricação, física, eletrônica e programação.

Ao envolver os alunos na construção e experimentação do pêndulo, cria-se um ambiente educativo interativo e colaborativo, no qual o compartilhamento de descobertas e análises se torna parte essencial do aprendizado.

Sem sombra de dúvidas, as aulas práticas contribuem à absorção de conceitos científicos, além de permitir que os estudantes aprendam como abordar objetivamente e de qual maneira deverão desenvolver soluções para problemas complexos.

A relevância didática do pêndulo desenvolvido é exponencialmente amplificada pela sua natureza instrumentada e multidisciplinar, que transcende o estudo da Física Clássica e engloba o ciclo completo de engenharia de dados:

- 1) **Instrumentação e Aquisição de Dados:** O aparato didático expõe o estudante à instrumentação e à automação de processos, essenciais na Engenharia moderna. O uso do Arduino em conjunto com o sensor óptico (infravermelho) permite a aquisição de

dados do período de oscilação de forma eletrônica e precisa, eliminando o erro de cronometragem manual e introduzindo o conceito de precisão digital.

- 2) **Integração e Análise:** O projeto exige a integração de diferentes sistemas – a estrutura mecânica (usinada em alumínio), a eletrônica (circuito Arduino) e a computacional (saída serial para o PC) – demonstrando a complexidade da Engenharia de Sistemas. A posterior análise de dados envolve a conversão de unidades, o cálculo da Regressão Linear e a quantificação do erro percentual, estimulando o raciocínio matemático e a avaliação crítica dos resultados experimentais.
- 3) **Visualização de Dados:** A visualização de dados é estimulada pela criação do gráfico de linearização (L versus T^2) que transforma uma relação não-linear ($T \propto L$) em uma reta. Esta representação gráfica permite ao estudante confirmar visualmente a validade do modelo teórico e entender como a inclinação da reta está diretamente ligada à aceleração da gravidade. Além disso, a capacidade de gerar um gráfico senoidal do movimento no Excel reforça a compreensão do Movimento Harmônico Simples.

Dessa forma, o pêndulo instrumentado não é apenas uma ferramenta de ensino de Física, mas sim uma plataforma didática completa que introduz o estudante aos princípios de medição, controle, processamento e validação de sistemas experimentais. Com isso, o pêndulo é um projeto digno de engenharia.

5. CONCLUSÃO

A confecção e o desenvolvimento do pêndulo com viés didático representaram uma experiência completa e enriquecedora, de forma a unir conhecimentos teóricos e práticos em um projeto multidisciplinar. Desde a concepção do projeto através do software CATIA, o processo de fabricação das peças em alumínio, até a implementação do sistema eletrônico com Arduino, o aparato permitiu explorar conteúdos de grande relevância para os cursos oferecidos pela FATEC - SJC, especialmente Projetos de Estruturas Aeronáuticas e Manutenção de Aeronaves.

O equipamento, ao simular com precisão o movimento oscilatório, torna-se um recurso pedagógico valioso para disciplinas como Vibrações Mecânicas e Física, com a finalidade de abrir espaço para aplicações futuras em projetos integradores ou atividades de laboratório.

Além disso, o projeto reforçou a importância das aulas práticas na formação técnica e acadêmica dos estudantes, pois proporcionou o contato direto com ferramentas, componentes e situações reais de engenharia.

Essa vivência prática favoreceu a fixação do conteúdo aprendido em sala de aula e aproximou o estudante das aplicações concretas dos conceitos físicos e matemáticos, especialmente no que se refere ao estudo do movimento harmônico simples.

No âmbito dos resultados experimentais, as análises confirmaram integralmente os princípios do Pêndulo Simples, demonstrando que o período de oscilação T é diretamente proporcional à raiz quadrada do comprimento do fio l , implicando que o aumento do comprimento do fio resulta em um período maior e em uma frequência de oscilação reduzida.

Adicionalmente, o experimento validou a premissa de que a massa da esfera não interfere significativamente no período de oscilação, embora tenha sido observada uma variação ínfima nos resultados do cálculo de g .

A determinação da aceleração da gravidade local foi alcançada com êxito, fornecendo os valores de $Galgébrico = 9,46 \text{ m/s}^2$ e $Galgébrico = 10,52 \text{ m/s}^2$. A análise comparativa indicou que, embora o Método Algébrico tenha sido numericamente mais próximo da referência local, o Método Gráfico provou ser o mecanismo mais rigoroso para validar o modelo físico e quantificar o impacto de erros sistemáticos (como atrito e arrasto aerodinâmico) no experimento.

A possibilidade de realizar medições reais, comparar dados experimentais com modelos teóricos e visualizar os resultados por meio de gráficos é uma forma de contribuir

significativamente para o desenvolvimento do raciocínio científico e da capacidade de análise crítica.

Com isso, o estudante que possuir contato com o pêndulo desenvolvido pode compreender não apenas os fenômenos físicos, mas também os processos envolvidos na criação, instrumentação e validação de sistemas experimentais.

Desta maneira, conclui-se que o objetivo proposto inicialmente, que era de desenvolver e confeccionar um pêndulo simples que fosse possível de realizar medições de forma eletrônica para que, enfim, fosse calculada a aceleração da gravidade do local onde o pêndulo atua, foi atingido integralmente com êxito, fornecendo um instrumento de alto valor pedagógico e rigor metrológico.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOTTEGA, W. J. **Engineering Vibrations**. Taylor & Francis Group, 2013.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R. **Fundamentos de Física. Volume 1: Mecânica**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 2016.

HELEBROCK. **Pêndulo simples**. Mundo Educação. Disponível em: <https://mundoeducacao.uol.com.br/fisica/pendulo-simples.htm>. Acesso em: 07 mai. 2025.

MEIROVITCH, L. **Fundamentals of Vibrations**. McGraw-Hill, 2001.

RAO, S. S. **Mechanical Vibrations** 5^a edition. New Jersey: Pearson Prentice Hall, 2011.

ROSS, A. D. **The Origins of Vibratory Science**. Oxford University Press, 1990.

TELFORD, W. M.; GELDART, L. P.; SHERIFF, R. E. **Applied Geophysics**. New York: Press Syndicate of the Univeristy of Cambridge, 1976.

TIMOSHENKO, S. **Vibration Problems in Engineering**. 2 ed. D. Van Nostrand Company, 1937.

TIPLER, P.; MOSCA, G. **Física para Cientistas e Engenheiros. Volume 1**. São Paulo: Livros Técnicos e Científicos, 2008.

VIBRA-STOP. **Linha Micro**. São Paulo: Vibra-Stop, 2024. Disponível em: <https://www.vibra-stop.com.br/produto/linha-micro>. Acesso em: 23 set. 2025.

APÊNDICE

APÊNDICE A – *BILL OF MATERIAL*

Figura 56. Lista de Materiais Desenvolvida.

#	Nível de Montagem	PART NUMBER (PN)	Descrição	Classe	Tipo de Matéria Prima	QTDE
1	0	FFW-100-001	PÊNDULO FINAL MONTAGEM	MONTAGEM		1
2	.1	FFW-100-001-SA1	PÊNDULO CORPO MONTAGEM	SUBMONTAGEM		1
3	..2	FFW-001-001	ALUMÍNIO BASE PÊNDULO	PRIMÁRIA	PLACA	1
4	..2	FFW-002-001	ALUMÍNIO COLUNA PÊNDULO	PRIMÁRIA	PLACA	1
5	..2	FFW-003-001	ALUMÍNIO BARRA PÊNDULO	PRIMÁRIA	BARRA	1
6	..2	MICRO II	PÉ DE BORRACHA - VIBRA-STOP	PRIMÁRIA	COMPRADO	4
7	..2	PARAFUSO ALLEN	PARAFUSO ALLEN	PRIMÁRIA	COMPRADO	1
8	..2	MANÍPULO	MANÍPULO	PRIMÁRIA	COMPRADO	1
9	.1	FFW-100-001-SA2	CAIXA ARDUINO MONTAGEM	SUBMONTAGEM		1
10	..2	FFW-004-001	PLA CAIXA	PRIMÁRIA	PLA	1
11	..2	FFW-005-001	ACRÍLICO TAMPA DA CAIXA	PRIMÁRIA	PLACA	1
12	..2	FFW-006-001	ACRÍLICO SUPORTE L DIREITO DA TAMPA	PRIMÁRIA	PLACA	1
13	..2	FFW-007-001	ACRÍLICO SUPORTE L ESQUERDO DA TAMPA	PRIMÁRIA	PLACA	1
14	..2	PARAFUSO ALLEN	PARAFUSO ALLEN	PRIMÁRIA	COMPRADO	8
15	..2	PORCA	PORCA	PRIMÁRIA	COMPRADO	4
16	..2	ARRUELA	ARRUELA	PRIMÁRIA	COMPRADO	4
17	.1	FFW-100-001-SA3	ARDUINO SENSOR MONTAGEM	SUBMONTAGEM		1
18	..2	Arduino UNO Rev3	MICROCONTROLADOR	PRIMÁRIA	COMPRADO	1
19	..2	USB CABO A/B	USB ARDUINO CABO	PRIMÁRIA	COMPRADO	1
20	..2	FIO JUMPER	FIO ELÉTRICO JUMPER	PRIMÁRIA	COMPRADO	6
21	..2	LED	LIGHT EMITTING DIODE (LED)	PRIMÁRIA	COMPRADO	1
22	..2	FC-51 SENSOR	SENSOR FC-51	PRIMÁRIA	COMPRADO	1
23	..2	LCD DISPLAY I2C	LCD DISPLAY I2C	PRIMÁRIA	COMPRADO	1
24	..2	RESISTOR	RESISTOR 150Ω	PRIMÁRIA	COMPRADO	1
25	...3	FFW-007-001	ESFERA DE AÇO AZUL	PRIMÁRIA	ESFERA	1
26	...3	FFW-008-001	ESFERA DE AÇO VERMELHA	PRIMÁRIA	ESFERA	1
27	...3	FIO DE NYLON	FIO DE NYLON	PRIMÁRIA	COMPRADO	0,5

Fonte: Autores (2025).

APÊNDICE B – CÓDIGO UTILIZADO TINKERCAD

```
#include <Wire.h>
#include <LiquidCrystal_I2C.h>

LiquidCrystal_I2C lcd(0x27, 16, 2);

const int botaoPin = 2;

bool estadoContando = false;
bool botaoAnterior = HIGH;
unsigned long tempoInicio = 0;
unsigned long tempoPausado = 0;
unsigned long ultimoTempoBotao = 0;
const unsigned long debounceDelay = 50;

void setup() {
  pinMode(botaoPin, INPUT_PULLUP);
  lcd.init();
  lcd.backlight();

  animacaoInicializacao();
  lcd.clear();
  lcd.setCursor(0, 0);
  lcd.print("Pressione");
  lcd.setCursor(0, 1);
  lcd.print("o botao");
  delay(1000);
}

void loop() {
  bool leituraAtual = digitalRead(botaoPin);
```

```

    if (leituraAtual == HIGH && botaoAnterior == LOW && (millis() -
ultimoTempoBotao > debounceDelay)) {
        ultimoTempoBotao = millis();
        delay(0);

        // Alternar entre contar e pausar
        if (!estadoContando) {
            // Começar ou reiniciar contagem
            tempoInicio = millis();
            estadoContando = true;
            delay(0);
        } else {
            // Pausar contagem
            tempoPausado = (millis() - tempoInicio) / 1000;
            estadoContando = false;
            delay(0);
        }

        lcd.clear();
    }

    botaoAnterior = leituraAtual;

    if (estadoContando) {
        unsigned long tempoDecorrido = (millis() - tempoInicio) / 1000;
        lcd.setCursor(0, 0);
        lcd.print("Objeto detectado ");
        lcd.setCursor(0, 1);
        lcd.print("Tempo: ");
        lcd.print(tempoDecorrido);
        lcd.print(" s ");
    } else if (tempoPausado > 0) {
        lcd.setCursor(0, 0);
        lcd.print("Tempo final: ");
    }

```

```
    lcd.setCursor(0, 1);  
    lcd.print(tempoPausado);  
    lcd.print(" segundos  ");  
  }  
}  
  
void animacaoInicializacao() {  
  const char* texto = "Iniciando...";  
  lcd.clear();  
  lcd.setCursor(0, 0);  
  lcd.print(" Sistema LCD");  
  lcd.setCursor(0, 1);  
  for (int i = 0; i < strlen(texto); i++) {  
    lcd.print(texto[i]);  
    delay(150);  
  }  
  delay(900);  
}
```

APÊNDICE C – CÓDIGO UTILIZADO SITUAÇÃO REAL

```
#include <LiquidCrystal_I2C.h>

const int sensorPin = 2; // Saída OUT do sensor FC-51

const int ledPin = 8;    // LED externo (indicador visual)


LiquidCrystal_I2C lcd(0x27, 16, 2);

int estadoSensor = HIGH;

int estadoAnterior = HIGH;

unsigned long tempoAnterior = 0;

unsigned long tempoAtual = 0;

unsigned long intervalo = 0;

int contagemSerial = 0;


const int MAX_AMOSTRAS = 30;

unsigned long somaIntervalos = 0;

int amostrasColetadas = 0;


unsigned long tempoExibicao = 0;

const unsigned long TEMPO_DISPLAY_FINAL = 5000;

const unsigned long TEMPO_ESPERA_FIXA = 3000;
```

```
int estadoSistema = 0;

const int DEBOUNCE_DELAY = 20;

void setup()

{

    pinMode(sensorPin, INPUT);

    pinMode(ledPin, OUTPUT);

    Serial.begin(9600);

    Serial.println("Medicao;Semi_Periodo_T_meio(ms)");

    lcd.init();

    lcd.backlight();

    lcd.setCursor(0, 0);

    lcd.print("Sistema LCD");

    lcd.setCursor(0, 1);

    lcd.print("Iniciando...");

    tempoExibicao = millis();

}

void loop() {

    if (estadoSistema == 0) {

        if (millis() - tempoExibicao >= TEMPO_ESPERA_FIXA) {
```

```
    estadoSistema = 1;

    lcd.clear();

    lcd.setCursor(0, 0);

    lcd.print("Pendulo Didatico");

    lcd.setCursor(0, 1);

    lcd.print("Aguardando...");

}

return;

}

if (estadoSistema == 2) {

    if (millis() - tempoExibicao < TEMPO_DISPLAY_FINAL) {

        return;

    }

    else if (millis() - tempoExibicao < (TEMPO_DISPLAY_FINAL * 2)) {

        if (millis() - tempoExibicao < TEMPO_DISPLAY_FINAL + 100) {

            lcd.clear();

            lcd.setCursor(0, 0);

            lcd.print("Medicao");
```

```
    lcd.setCursor(0, 1);

    lcd.print("Finalizada! Obg!");

}

return;

}

else {

    somaIntervalos = 0;

    amostrasColetadas = 0;

    tempoAnterior = 0;

    contagemSerial = 0;

    estadoSistema = 1;

    lcd.clear();

    lcd.setCursor(0, 0);

    lcd.print("Pendulo Didatico");

    lcd.setCursor(0, 1);

    lcd.print("Aguardando...");

}

}

if (estadoSistema == 1) {

    estadoSensor = digitalRead(sensorPin);
```

```
digitalWrite(ledPin, estadoSensor == LOW ? HIGH : LOW);
```

```
if (estadoSensor == LOW && estadoAnterior == HIGH) {
```

```
    tempoAtual = millis();
```

```
    if (tempoAnterior > 0) {
```

```
        intervalo = tempoAtual - tempoAnterior;
```

```
        if (amostrasColetadas < MAX_AMOSTRAS) {
```

```
            contagemSerial++;
```

```
            Serial.print(contagemSerial);
```

```
            Serial.print(",");
```

```
            Serial.println(intervalo);
```

```
            somaIntervalos += intervalo;
```

```
            amostrasColetadas++;
```

```
            lcd.setCursor(0, 1);
```

```
    lcd.print("Amostras: ");

    lcd.print(amostrasColetadas);

    lcd.print("/");

    lcd.print(MAX_AMOSTRAS);

}

if (amostrasColetadas == MAX_AMOSTRAS) {

    float media_meio_periodo_ms = (float)somaIntervalos / MAX_AMOSTRAS;

    float periodo_completo_s = (media_meio_periodo_ms * 2.0) / 1000.0;

    Serial.print("MEDIA T(s);");

    Serial.println(periodo_completo_s, 3);

    lcd.clear();

    lcd.setCursor(0, 0);

    lcd.print("Periodo T(s):");

    lcd.setCursor(0, 1);

    lcd.print(periodo_completo_s, 3);

    tempoExibicao = millis();
```

```
        estadoSistema = 2; // Muda o estado para o ciclo de espera/reinício  
    }  
}  
  
    tempoAnterior = tempoAtual;  
  
}  
  
    estadoAnterior = estadoSensor;  
  
    delay(DEBOUNCE_DELAY); // Debounce  
  
}  
}
```