

**FACULDADE DE TECNOLOGIA DE SÃO JOSÉ DOS CAMPOS
FATEC PROFESSOR JESSEN VIDAL**

**KLEBER ALEXANDRE VICENTE
WILLAMS JOSÉ DA SILVA**

**DETERMINAÇÃO DAS TENSÕES DE CISALHAMENTO E
DAS TENSÕES NORMAIS EM UMA VIGA DE SEÇÃO
FECHADA DE PAREDE FINA SUBMETIDA À FLEXO-
TORÇÃO**

São José dos Campos

2025

**KLEBER ALEXANDRE VICENTE
WILLAMS JOSÉ DA SILVA**

**DETERMINAÇÃO DAS TENSÕES DE CISALHAMENTO E
DAS TENSÕES NORMAIS EM UMA VIGA DE SEÇÃO
FECHADA DE PAREDE FINA SUBMETIDA À FLEXO-
TORÇÃO**

Trabalho de Graduação apresentado à
Faculdade de Tecnologia de São José dos
Campos, como parte dos requisitos
necessários para a obtenção do título de
Tecnólogo em Projetos de Estruturas
Aeronáuticas.

Orientador: Me. Lucas Giovanetti

São José dos Campos

2025

FICHA CATALOGRÁFICA – Biblioteca Fatec São José dos Campos Prof. Jessen Vidal
Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação

VICENTE, Kleber Alexandre

Determinação das (Tensões de Cisalhamento) e das Tensões Normais em Uma Viga de seção Fechada de Parede Fina Submetida à Flexo-Torção. / Kleber Alexandre Vicente, Willams José da Silva - São José dos Campos, 2025.

32f.

Trabalho de Conclusão de Curso - Curso de Tecnologia em Projetos de Estruturas Aeronáuticas. Faculdade de Tecnologia de São José dos Campos Professor Jessen Vidal, 2025.

Me. Lucas Giovanetti.

1. Caixa da asa 1. 2. Flexo-torção 2. 3. Cisalhamento 3. I. Faculdade de Tecnologia. FATEC de São José dos Campos: Professor Jessen Vidal . II. Título

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

VICENTE, K. A.; SILVA, W. J. **Determinação das tensões de cisalhamento e das tensões normais em uma viga de seção fechada de parede fina submetida à flexo-torção.** 2025. 32f. Trabalho de Conclusão de Curso Superior em Projetos de Estruturas Aeronáuticas Faculdade de Tecnologia de São José dos Campos Professor Jessen Vidal. São José dos Campos, 2025.

**KLEBER ALEXANDRE VICENTE
WILLAMS JOSÉ DA SILVA**

**DETERMINAÇÃO DAS TENSÕES DE CISALHAMENTO E
DAS TENSÕES NORMAIS EM UMA VIGA DE SEÇÃO
FECHADA DE PAREDE FINA SUBMETIDA À FLEXO-
TORÇÃO**

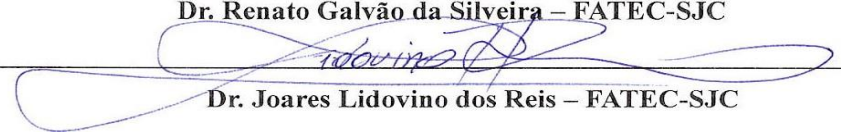
Trabalho de Graduação apresentado à
Faculdade de Tecnologia de São José dos
Campos, como parte dos requisitos
necessários para a obtenção do título de
Tecnólogo em Projetos de Estruturas
Aeronáuticas.



Me. Lucas Giovanetti – FATEC-SJC



Dr. Renato Galvão da Silveira – FATEC-SJC



Dr. Joares Lidovino dos Reis – FATEC-SJC

02/12/2025

DATA DA APROVAÇÃO

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradecemos a Deus por ter nos concedido esta oportunidade. Agradecemos à nossa família por todo o apoio e por sempre acreditarem em nós. Agradecimento especial aos nossos orientadores, Me. Lucas Giovanetti, pelo apoio, paciência e dedicação, e à Dra. Heide Heloise Bernardi, pela orientação e auxílio na formatação deste trabalho de graduação. Agradecemos, ainda, a todos os professores que contribuíram para a nossa formação acadêmica, pela constante transmissão de conhecimentos técnicos e pessoais. Aos colegas de turma, pela troca de ideias e pelo apoio mútuo ao longo do curso. Por fim, deixamos nossos sinceros agradecimentos a todos aqueles que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho.

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo a determinação das tensões normais em uma viga de seção fechada de parede fina submetida à flexo-torção de estruturas de parede fina. A análise será realizada por meio de simulações numéricas utilizando o programa Femap, uma ferramenta de Análise por Elementos Finitos (FEA). No Femap, a viga foi submetida a carregamentos de flexão e torção. O programa permitirá a determinação das distribuições de tensões de cisalhamento e tensões normais ao longo da viga. O estudo visa fornecer informações fundamentais para o projeto de componentes estruturais, garantindo segurança.

Palavras-chave: flexo-torção, tensões de cisalhamento, método dos elementos finitos.

ABSTRACT

This work aims to determine the normal changes in a closed-section beam with an end wall subjected to flexural-torsional thin-wall structures. The analysis will be performed through numerical simulations using the Femap program, a Finite Element Analysis (FEA) tool. In Femap, the beam will be subjected to bending and torsional loads. The program will allow the determination of shear elongation distributions and normal changes along the beam. The study aims to provide fundamental information for the design of structural components, ensuring safety.

Keywords: wing box, flexural-torsional, shear stresses, finite element method, analysis.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	12
1.1. Objetivo Geral.....	12
1.2. Objetivos Específicos	12
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	13
2.1. Idealização estrutural.....	13
2.2. Definição de viga	14
2.5. Torção de vigas.....	16
3. DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO.....	23
3.1. Dados	23
3.2. Análise estrutural no FEMAP	25
4. RESULTADOS E DISCUSSÕES	28
4.1- Resultados do processo de idealização estrutural	28
5. CONCLUSÃO	34
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	35

1. INTRODUÇÃO

A análise das tensões em vigas submetidas a flexo-torção é fundamental para o entendimento do comportamento estrutural de componentes que precisam resistir a carregamentos complexos. Esse tipo de esforço, que combina flexão e torção simultaneamente, gera distribuições de tensões de cisalhamento e normais, que podem afetar significativamente a integridade das estruturas. As vigas de seção fechada com paredes finas, frequentemente empregadas em estruturas aeronáuticas e metálicas, demandam atenção especial devido à interação entre essas tensões e à necessidade de otimização de peso. A determinação precisa dessas tensões é, portanto, crucial para garantir a segurança e eficiência estrutural desses elementos (MEGSON, 2017). O comportamento dessas vigas sob flexo-torção pode ser estudado por diferentes métodos, incluindo a análise teórica, o uso de modelos numéricos, como o Método dos Elementos Finitos (MEF). O MEF tem se destacado como uma ferramenta para prever as tensões em componentes estruturais. Estudos como os de Timochenko e Goodier (1970) e de Megson (2017) apresentam modelos que ajudam a descrever com precisão essas tensões e oferecem soluções para otimização do design estrutural. Técnicas de instrumentação, como a medição de deformações com *strain gauges*, e a análise de resultados por meio de dispositivos para modelagem por elementos finitos, permitem uma análise precisa das respostas estruturais. A combinação dessas abordagens fornece uma compreensão mais completa do comportamento real da viga sob condições de carregamento complexas (COOK et al., 2002). Este trabalho tem como objetivo investigar as tensões de cisalhamento e as tensões normais em uma viga de seção fechada de parede fina, submetida a flexo-torção, por meio de simulações numéricas.

1.1. Objetivo Geral

Analisar as tensões de cisalhamento e as tensões normais em uma viga de seção fechada de parede fina submetida a flexo-torção.

1.2. Objetivos Específicos

Analisar a distribuição das tensões de cisalhamento e das tensões normais ao longo da viga sob flexo-torção.

Desenvolver modelos numéricos utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF) para prever o comportamento estrutural da viga.

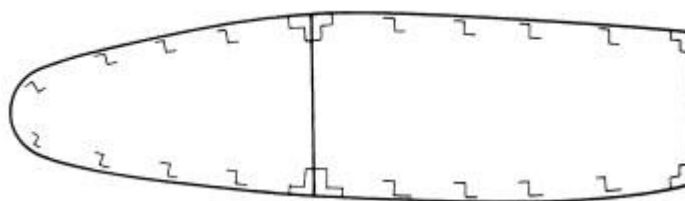
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1. Idealização estrutural

Em projetos de engenharia aeronáutica, é comum que se trabalhe com seções estruturais que possuem geometria complexa. A análise dessas estruturas, no entanto, pode ser um processo trabalhoso, a menos que suposições simplificadoras sejam adotadas (MEGSON, 2017).

Seções estruturais complexas podem ser idealizadas por meio de modelos simplificados, que, sob determinadas condições de carregamento, apresentam um comportamento semelhante ao da estrutura real. A seção típica de asa mostrada na Figura 1 corresponde a uma idealização de asa de aeronave, adequada para representar diferentes tipos de asas utilizadas na aviação (MEGSON, 2017).

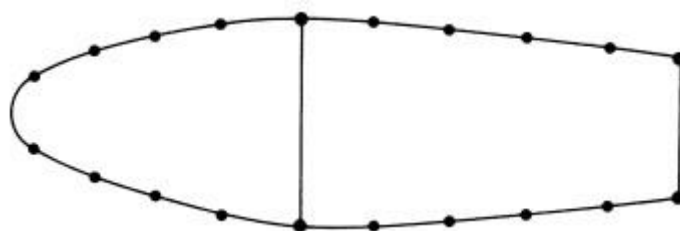
Figura 1. Seção típica da asa.



Fonte: Megson (2017)

Na idealização, as tensões normais são resistidas pelos *booms* (representados pelo ponto preto) e as tensões de cisalhamento são resistidas pelo revestimento (representado pelo contorno da linha) conforme mostrado na Figura 2.

Figura 2. Idealização de uma seção de asa.



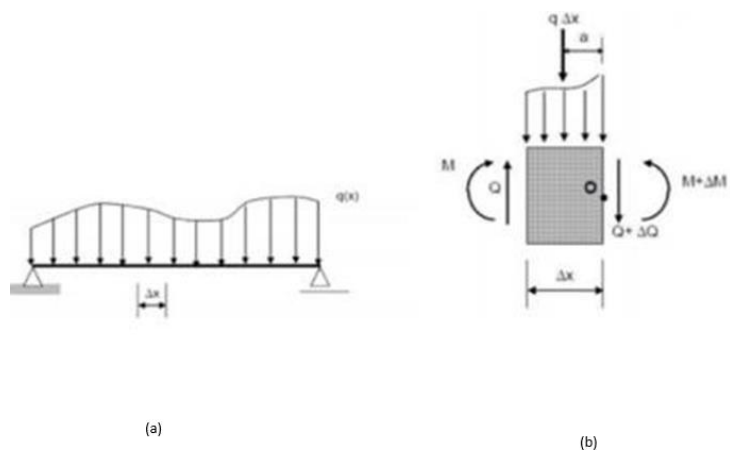
Fonte: Megson (2017)

2.2. Definição de viga

As vigas são componentes estruturais caracterizados por terem o comprimento muito maior que as demais dimensões. Nas análises estruturais simplificadas para vigas, apenas as tensões normais e de cisalhamento são consideradas relevantes. (BEER et al., 2017).

A Figura 3 apresenta uma viga bi apoiada submetida a uma carga distribuída variável ao longo de seu comprimento e a representação de um elemento infinitesimal dessa viga. À Figura 3(a), observa-se o esquema geral da viga apoiada em duas extremidades, com a carga distribuída $q(x)$ atuando sobre ela. À Figura 3(b), é mostrado um trecho infinitesimal da viga, de comprimento Δx , evidenciando as forças cortantes Q e $Q + \Delta Q$, bem como os momentos fletores M e $M + \Delta M$ aplicados nas seções adjacentes. Essa representação é utilizada para o desenvolvimento das equações diferenciais de equilíbrio que descrevem o comportamento interno da viga sob a ação de carregamentos distribuídos (HALLACK, 2012).

Figura 3. Viga bi apoiada e elemento infinitesimal.



Fonte: Hallack (2012)

2.3. A teoria de vigas de Euler Bernoulli

A Teoria de Vigas de Euler-Bernoulli é fundamental na análise de vigas sob flexão. Ela descreve o comportamento de uma viga considerando que a seção transversal da viga permanece plana e perpendicular ao seu eixo após a deformação. As inclinações demonstram que, conforme a teoria, as seções permanecem planas e perpendiculares à linha

neutra durante a deformação. Essa representação expressa o princípio fundamental do modelo de Euler Bernoulli.

Princípios principais:

Deformações pequenas: A teoria de vigas de Euler-Bernoulli assume que as deformações são pequenas, o que significa que a viga sofre curvaturas leves durante o carregamento. Nessas condições, os efeitos não lineares podem ser desprezados, permitindo simplificar as equações de equilíbrio. Isso implica que as fibras da viga permanecem praticamente retas e perpendiculares ao eixo neutro após a deformação. Assim, o comportamento estrutural pode ser descrito com maior precisão usando relações lineares entre esforços e deformações (SOUZA e MENDONÇA, 2008).

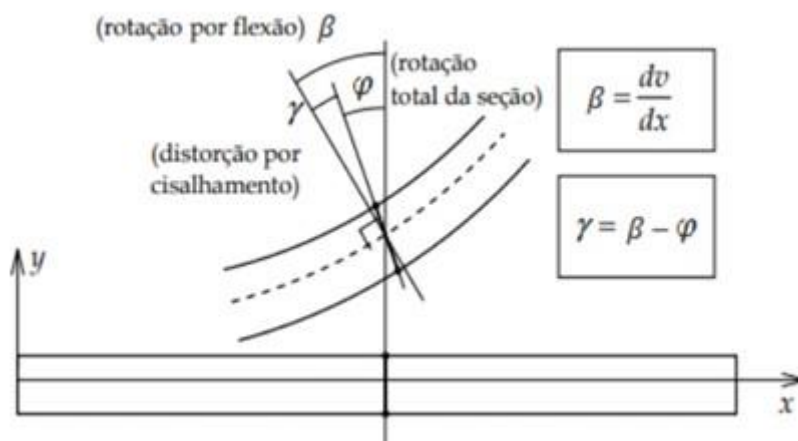
Seção reta e perpendicular: As seções transversais da viga permanecem planas e perpendiculares ao eixo da viga após a deformação (hipótese de planar idade de secções).

2.4. A teoria de vigas de Timoshenko

A Teoria de Vigas de Timoshenko é uma evolução da teoria de Euler-Bernoulli, incorporando os efeitos de cisalhamento e inércia rotacional na análise do comportamento das vigas. Diferente do modelo de Euler-Bernoulli, que considera que a seção transversal permanece perpendicular ao eixo neutro após a deformação, a teoria de Timoshenko permite que a seção transversal sofra rotações adicionais devido à deformação por cisalhamento. Isso torna o modelo mais preciso para vigas curtas, onde os efeitos de cisalhamento não podem ser desprezados (SOUZA e MENDONÇA, 2008).

Na Figura 4 mostra que a viga pode girar devido à flexão (ângulo β) e sofrer uma rotação adicional causada pelo cisalhamento (ângulo φ). A rotação total da seção é a soma desses efeitos. A distorção por cisalhamento é dada pela diferença entre as duas rotações, representada por $\gamma = \beta - \varphi$ (SOUZA e MENDONÇA, 2008).

Figura 4. Representação das rotações e distorção em uma viga.



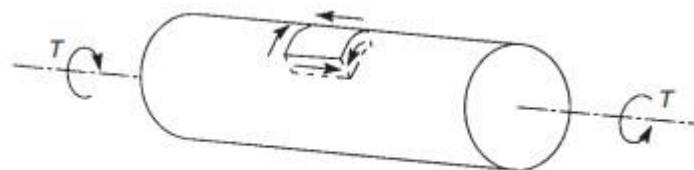
Fonte: Souza e Cruz (2018)

2.5. Torção de vigas

A torção em vigas ocorre principalmente quando a força cortante que atua na seção transversal é aplicada em um ponto que não coincide com o Centro de Cisalhamento. O Centro de Cisalhamento é o ponto ideal por onde a força cortante deve passar para causar apenas flexão e cisalhamento, evitando qualquer rotação da viga. A aplicação da força cortante fora deste ponto especial gera um momento de torção ($T = V.e$), que submete a viga a tensões adicionais de cisalhamento. Este efeito é especialmente crítico em perfis de parede fina e abertos (como perfis C ou L), onde a rigidez à torção é muito baixa, podendo levar a grandes deformações e falhas estruturais (MEGSON, 2005).

A Figura 5 representa uma barra circular submetida à torção, onde torques opostos T aplicados nas extremidades provocam o cisalhamento. A torção pura, ilustrada pela barra circular submetida a torques opostos (T), é o estado ideal de solicitação em eixos. A seção circular garante que não haja empenamento (distorção), e a tensão interna é exclusivamente de cisalhamento (T). Esta tensão varia linearmente, sendo zero no eixo e atingindo seu valor máximo ($T_{\text{máx}}$) na superfície. O dimensionamento é regido pelo Momento Polar de Inércia (J) da seção, que representa sua rigidez geométrica à torção (MEGSON, 2005).

Figura 5. Cisalhamento em barra circular submetida à torção.

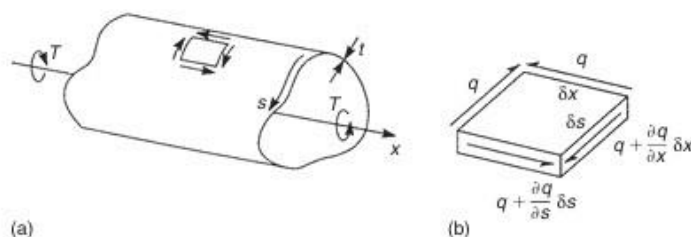


Fonte: Megson (2005)

2.6. Torção de viga de seção fechada de parede fina

A Figura 6 apresenta uma viga de parede fina com seção fechada submetida à ação de um torque T . A espessura da parede, indicada por t , é constante ao longo do comprimento da viga, embora possa variar ao longo do perímetro da seção transversal (MEGSON, 2005).

Figura 6. Torção de parede fina de seção fechada.



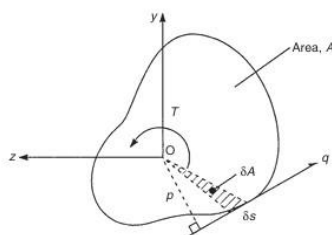
Fonte: Megson (2005)

Quando a viga está submetida unicamente a um torque puro, este provoca nas paredes da seção apenas tensões de cisalhamento. Contudo, em determinadas circunstâncias, podem surgir também tensões normais nas paredes da viga, mesmo que a sollicitação envolva apenas torção. Esses fenômenos, conhecidos como efeitos de restrição axial, são mais complexos e geralmente abordados em análises mais avançadas (MEGSON, 2005).

Quando um torque puro é aplicado a uma viga de seção fechada de parede fina, desenvolve-se um fluxo de cisalhamento uniforme ao longo de toda a extensão da parede.

A **Figura 7** ilustra o comportamento de uma viga de seção fechada e parede fina submetida a um torque T . Sob a ação do torque, desenvolve-se um fluxo de cisalhamento (q) distribuído continuamente ao longo da parede da seção, responsável por equilibrar o momento aplicado.

Figura 7. Relação torque-cisalhamento fluxo em uma viga de seção fechada.

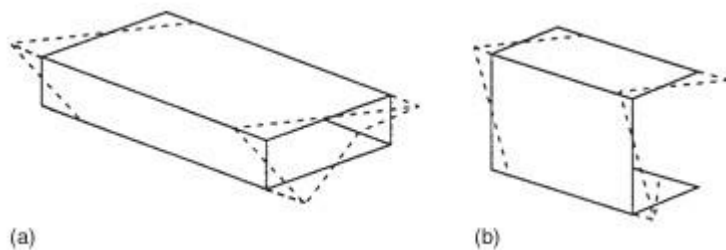


Fonte: Megson (2005)

2.7. Seções transversais sob torção

Apesar de termos considerado que as seções transversais de vigas com seções fechadas ou abertas mantêm sua forma durante a torção, isso não implica que permaneçam em seus planos originais. Por exemplo, em uma viga tipo caixão com seção retangular, a forma da seção continua sendo retangular após a torção, mas ocorre um deslocamento fora de seu plano inicial, conforme ilustrado na Figura 8(a). O mesmo comportamento é observado em seções tipo Canal, como mostrado na Figura 8(b). A análise dos deslocamentos provocados por esse empenamento exige uma abordagem mais avançada, e torna-se particularmente importante em casos onde a viga está rigidamente fixada em uma das extremidades. Nessa configuração, o impedimento ao empenamento provoca o surgimento de tensões normais de tração e compressão, as quais devem ser consideradas com atenção no projeto.

Figura 8. Empenamento de seções de vigas devido à torção.

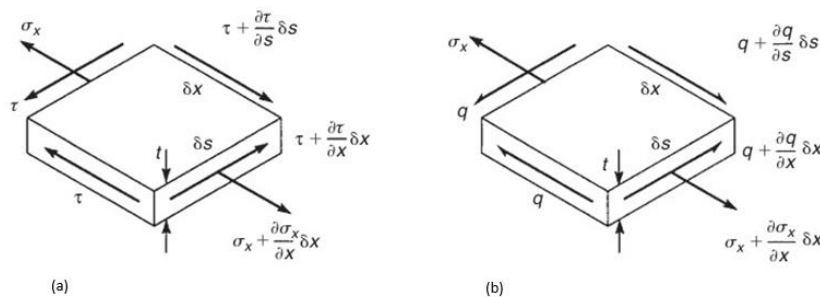


Fonte: Megson (2005)

A Figura 9 apresenta um elemento infinitesimal da parede de uma viga, com dimensões reduzidas ao longo da direção longitudinal e ao longo do contorno da seção

transversal. Esse elemento está submetido a um sistema de tensões resultante das forças de cisalhamento aplicadas. Apesar da espessura da parede poder apresentar variações ao longo do contorno, essa mudança costuma ser pequena, permitindo que se considere a espessura aproximadamente constante em pequenos trechos da parede (MEGSON, 2005).

Figura 9. Equilíbrio do elemento de viga.



Fonte: Megson (2005)

Para facilitar a análise estrutural, é usual representar o estado de cisalhamento por meio do chamado "fluxo de cisalhamento", que corresponde à distribuição da força de cisalhamento ao longo da parede da viga. A Figura 9 mostra o mesmo elemento da subfigura anterior, agora representado com base nesse conceito.

2.8. Distribuição de tensão de cisalhamento em vigas de seção fechada de paredes finas

A determinação das distribuições de fluxo de cisalhamento e de tensões de cisalhamento em vigas de parede fina com seção fechada segue procedimentos semelhantes aos utilizados para seções abertas. No entanto, há duas distinções fundamentais nesse caso (MEGSON, 2005).

A primeira refere-se à possibilidade de as forças de cisalhamento serem aplicadas em regiões da seção transversal que não coincidem com o centro de cisalhamento. Nessa situação, ocorrem simultaneamente efeitos de cisalhamento e torção. (MEGSON, 2005).

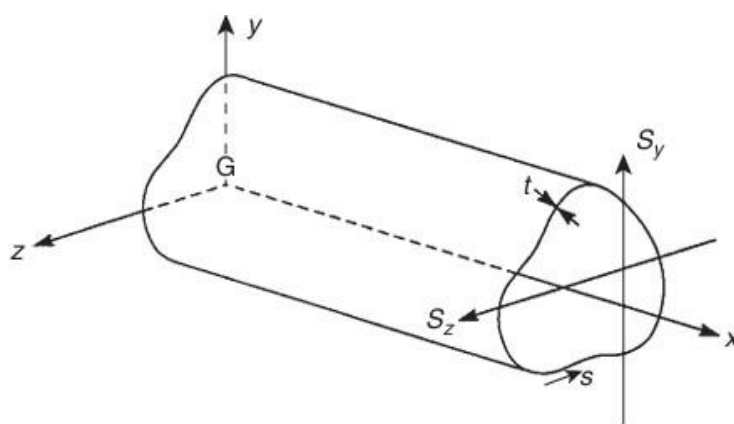
A segunda diferença importante está relacionada à escolha do ponto de referência para a variável que percorre o contorno da seção. (MEGSON, 2005).

Ainda assim, as mesmas premissas utilizadas no caso das vigas de seção aberta continuam válidas, especialmente no que diz respeito às propriedades geométricas da seção,

à espessura da parede e à distribuição da tensão de cisalhamento ao longo da estrutura (MEGSON, 2005).

A viga de parede fina com seção fechada ilustrada na Figura 10 está sujeita a forças de cisalhamento aplicadas em pontos quaisquer da seção transversal. Essas ações provocam, em cada elemento da parede da viga, estados de tensões normais e de cisalhamento que são compatíveis com aqueles discutidos anteriormente, respeitando os princípios de equilíbrio e as suposições adotadas para esse tipo de estrutura (MEGSON, 2005).

Figura 10. Cisalhamento de uma viga de seção fechada de parede fina.



Fonte: Megson (2005)

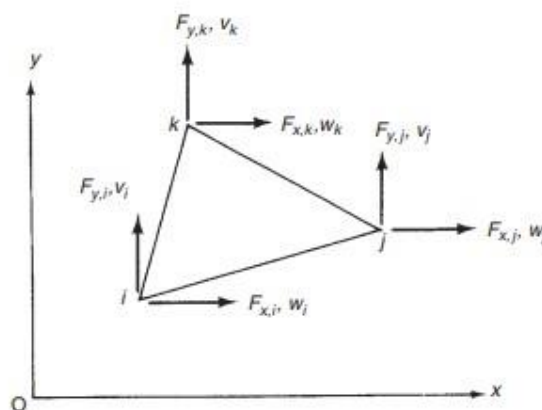
2.9. Matriz de rigidez para elemento finito triangular

Os elementos finitos triangulares são amplamente empregados na resolução de problemas em regime de tensão e deformação plana. Sua principal vantagem, em relação a outros tipos de elementos, está na facilidade com que podem representar geometrias e contornos irregulares, o que os torna bastante versáteis em diferentes aplicações.

Na Figura 11 observa-se um elemento triangular definido pelos nós i, j e k , localizado em um sistema de coordenadas cartesianas (x, y) . Em cada vértice, estão representadas as forças nodais (F_x, F_y) e os deslocamentos correspondentes (W_i, W_j, W_k) . A representação ilustra o conceito básico do método dos elementos finitos aplicado à elasticidade plana, em que as forças e deslocamentos nos nós são utilizados para determinar o estado de tensões e deformações dentro do elemento triangular.

Esse tipo de elemento é destinado à análise de elasticidade plana e, portanto, cada nó possui dois graus de liberdade um em cada direção do plano. Assim, o elemento triangular apresenta um total de seis graus de liberdade,

Figura 11. Elemento triangular para elasticidade plana.



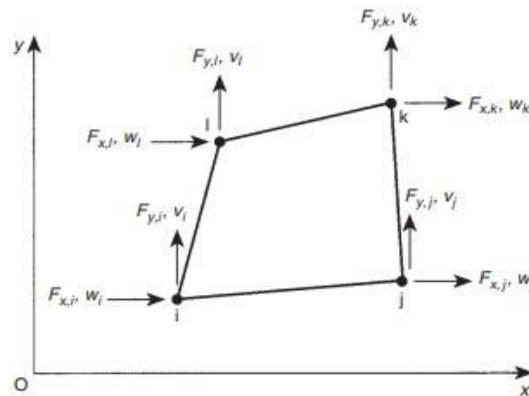
Fonte: Megson (2005)

2.10. Matriz de rigidez para elemento quadrilateral

Os elementos quadriláteros são comumente utilizados em conjunto com os elementos triangulares na construção de malhas que representem geometrias específicas. Na Figura 12 é ilustrado um quadrilátero. Estão representadas as forças aplicadas e os deslocamentos nodais, a partir dos quais são definidos os vetores de deslocamento e de força correspondentes (MEGSON 2005).

Um elemento quadrilátero planar submetido a forças e deslocamentos nodais, representado em um sistema de coordenadas x, y . Essa representação ilustra o comportamento de um elemento bidimensional utilizado em análises de elasticidade plana pelo método dos elementos finitos, onde os deslocamentos aplicados nos nós geram forças internas proporcionais, de acordo com a matriz de rigidez do elemento (MEGSON 2005).

Figura 12. Elementos submetidos a forças nodais no plano e deslocamentos.



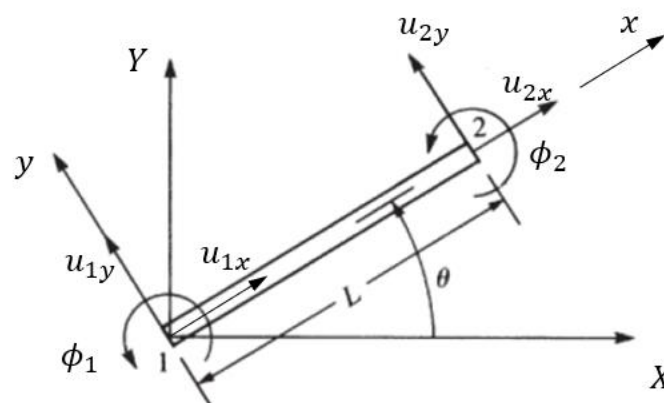
Fonte: Megson (2005)

2.11. Elemento de viga

Podemos determinar a matriz de rigidez de um elemento de viga no plano.

A Figura 13 representa um Elemento de Viga no plano, o elemento possui dois nós (1 e 2), cada um com três Graus de Liberdade (GDL): translação axial (u_x), translação transversal (u_y) e rotação (ϕ). O objetivo desta modelagem é determinar a matriz de rigidez do elemento, que relaciona as forças e momentos nodais com os deslocamentos e rotações, permitindo resolver o sistema de equações que define o equilíbrio da estrutura.

Figura 13 - Elemento de Viga.



Onde o sistema X, Y é o sistema de coordenadas global e o sistema de eixos x, y representa o sistema de coordenadas local do elemento.

3. DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO

Análise numérica: realizada por meio de modelagem computacional utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF), implementado no software FEMAP. Esta abordagem permite avaliar detalhadamente a distribuição de tensões normais e de cisalhamento em toda a extensão da viga, considerando efeitos locais, deformações não uniformes e restrições geométricas, oferecendo uma aproximação mais próxima do comportamento real observado.

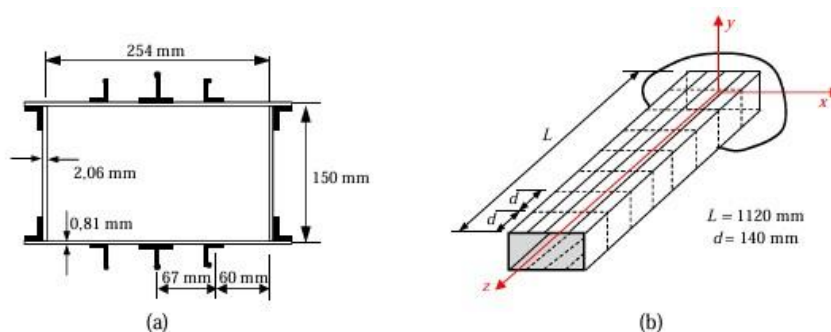
3.1. Dados

Na Figura 14 é apresentada a seção transversal da viga. Além disso, observa-se a presença de reforços.

Na Figura 14 (b) tem-se a representação tridimensional da viga, onde o comprimento total é $L = 1120\text{ mm}$. A distância entre as nervuras é 140 mm .

O modelo de idealização foi construído considerando um elemento de placa, o que permite representar adequadamente as propriedades bidimensionais dessa parte da viga, como sua espessura e a distribuição das forças na direção plana. Já os reforçadores, foram modelados como elementos de viga, pois possuem um comportamento unidimensional predominante, com sua principal função sendo a resistência ao corte e o suporte estrutural.

Figura 14. Seção transversal e geometria da viga em balanço.



Fonte: ITA (2023)

A Figura 15 mostra três tipos diferentes de reforçadores (que foram modelados como elementos de viga), cada um com suas dimensões e propriedades geométricas.

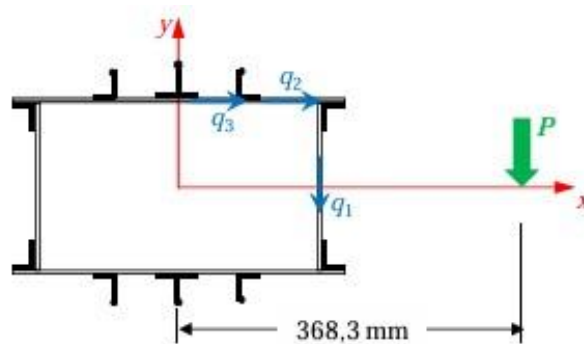
Figura 15. Geometria dos reforçadores.

	$a = 25,4 \text{ mm}$ $b = 19,1 \text{ mm}$ $R = 3,18 \text{ mm}$ $t = 3,18 \text{ mm}$ $A = 129 \text{ mm}^2$ $z_c = 8,18 \text{ mm}$ $I_{yy} = 7.570 \text{ mm}^4$
	$a = 25,4 \text{ mm}$ $b = 19,1 \text{ mm}$ $R = 2,41 \text{ mm}$ $D = 4,82 \text{ mm}$ $t = 1,60 \text{ mm}$ $A = 81,9 \text{ mm}^2$ $z_c = 10,1 \text{ mm}$ $I_{yy} = 6.950 \text{ mm}^4$
	$a = 33,2 \text{ mm}$ $b = 38,1 \text{ mm}$ $R = 3,175 \text{ mm}$ $D = 6,35 \text{ mm}$ $t_l = 3,175 \text{ mm}$ $t = 3,175 \text{ mm}$ $A = 232,3 \text{ mm}^2$ $z_c = 9,86 \text{ mm}$ $I_{yy} = 27.400 \text{ mm}^4$

Fonte: ITA (2023)

A Figura 16 mostra o esquema com a posição da carga aplicada na estrutura.

Figura 16. Posição do carregamento.

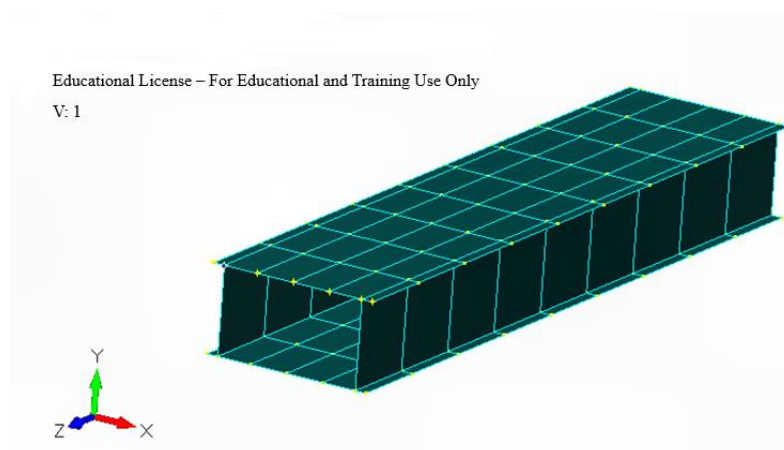


Fonte: ITA (2023)

3.2. Análise estrutural no FEMAP

A criação de pontos no software FEMAP representa a etapa inicial do processo de modelagem.

Figura 17. Modelo de Elementos Finitos.



Fonte: Autores (2025)

NA Tabela 1 define as propriedades críticas do Alumínio 2024 T3, incluindo Limite de Escoamento (YS – *Yielding Strength*) e Resistência à Tração (UTS – *Ultimate Tensile Strength*). O YS marca a deformação plástica irreversível, e a UTS é a tensão máxima antes da fratura. Além disso, o Módulo de Elasticidade (E) mede a rigidez do material na fase elástica. O material também tem ductilidade (10–15% de alongamento) e Resistência ao Cisalhamento (276 MPa).

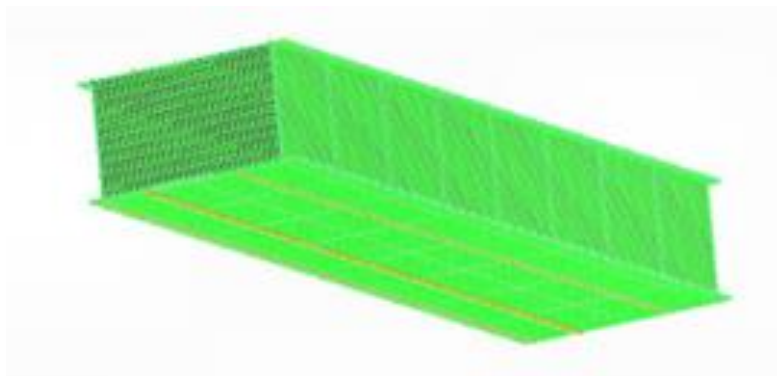
Tabela 1. Definição das Propriedades.

Propriedades – Alumínio 2024 T3	
Propriedade	Valor
Resistência à tração (UTS)	400–430 MPa
Limite de escoamento (YS)	270–280 MPa
Resistência ao cisalhamento	276 MPa
Alongamento na ruptura	10–15%
Módulo de Elasticidade	73100 MPa

Fonte: Military HandBook (1998).

Durante o processo de geração da malha no *software* FEMAP, a geometria da viga é discretizada em elementos com tamanho médio da aresta definido em 17,00mm que permitem a análise numérica.

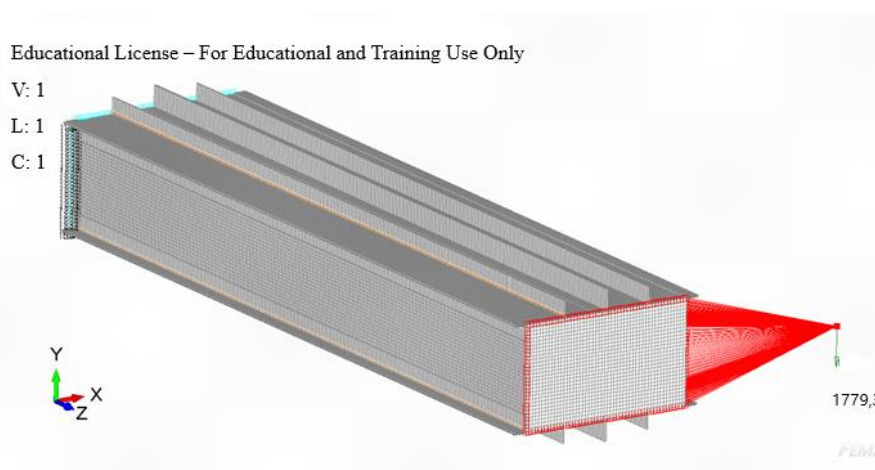
Figura 18. Geração da Malha da Viga.



Fonte: Autores (2025)

A seguir é apresentado o modelo de elementos finitos construído para verificação dos resultados experimentais. O elemento rígido, é responsável pela transferência de carregamento do ponto de aplicação da carga até a estrutura. A Figura 19 apresenta o referido modelo de elementos finitos. Foi aplicada uma carga de 1779.3 N, correspondente a 400 lbf.

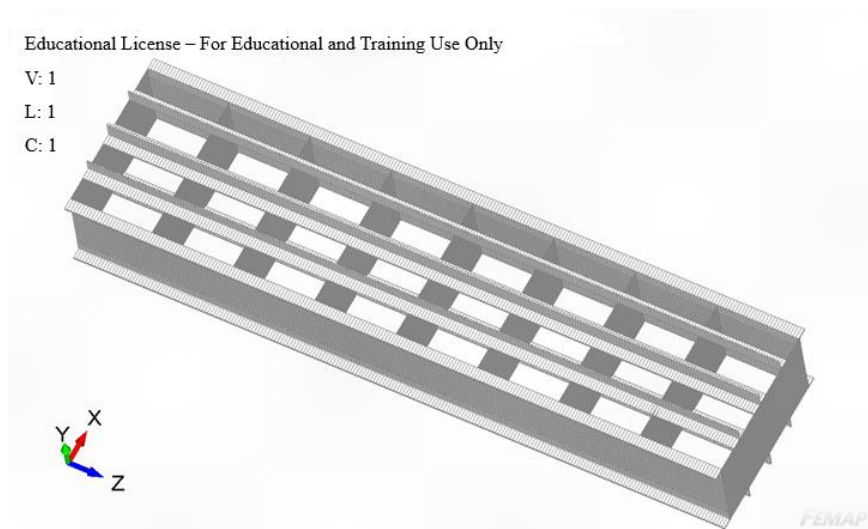
Figura 19. Modelo de Elementos Finitos da Viga Caixa.



Fonte: Autores (2025)

As superfícies foram definidas para os revestimentos (superior e inferior). As almas das vigas, equivalentes às longarinas das asas também foram modeladas como superfícies, assim como as nervuras. A Figura 20 apresenta a presença das nervuras, utilizando o comando *hide* para visualização das nervuras.

Figura 20. Modelo de Elementos Finitos da Viga Caixa (detalhe das nervuras).



Fonte: Autores (2025)

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A análise numérica realizada no *software* FEMAP possibilitou avaliar o comportamento estrutural da viga de seção fechada de parede fina submetida à flexo-torção. O material utilizado foi o *Aluminum 2024 Annealed Wrought*, com propriedades elásticas compatíveis com ligas aeronáuticas, considerando engaste em uma extremidade e carga concentrada de 1779,3 N na extremidade livre. As escalas de cores demonstram variação dos esforços sofridos pelo modelo de idealização, demonstrando os pontos críticos em que as tensões atuam.

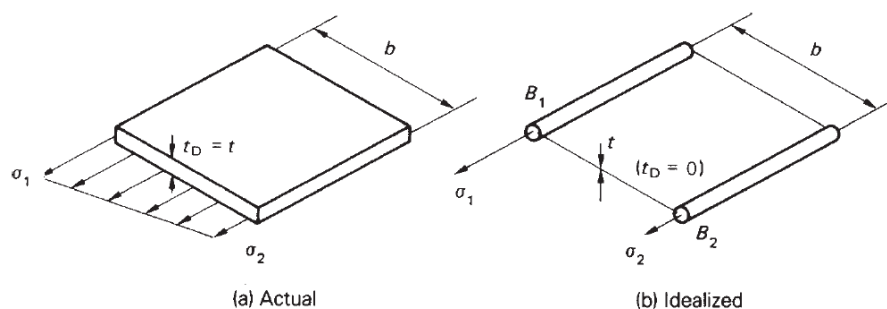
4.1- Resultados do processo de idealização estrutural

Para simplificação dos cálculos, a idealização foi elaborada como se a estrutura fosse submetida a flexão pura. A seguinte equação foi considerada para a determinação das áreas dos Booms. A equação apresentada é a expressão utilizada na teoria de vigas de parede fina para calcular a área efetiva dos booms, considerando a contribuição do revestimento submetido à distribuição de tensões normais.

$$B_1 = \frac{t_D \cdot b}{6} \cdot \left(2 + \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right) \quad (1)$$

O modelo do painel idealizado é apresentado na Figura 21.

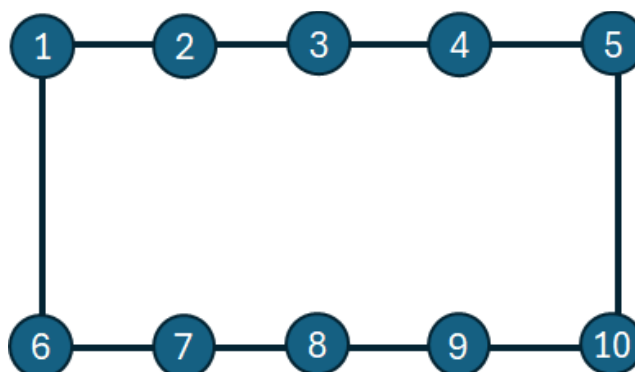
Figura 21. Idealização do painel.



Fonte: Megson (2005)

A Figura 22 apresenta a numeração dos Booms utilizada na idealização.

Figura 22. Idealização da viga caixa (numeração dos Booms).



Fonte: Megson (2005)

Para a elaboração das análises de idealização, os reforçadores com as presenças dos bulbos foram considerados nos revestimentos superior e inferior, de acordo com a o material da viga é o Alumínio 2024-T3.

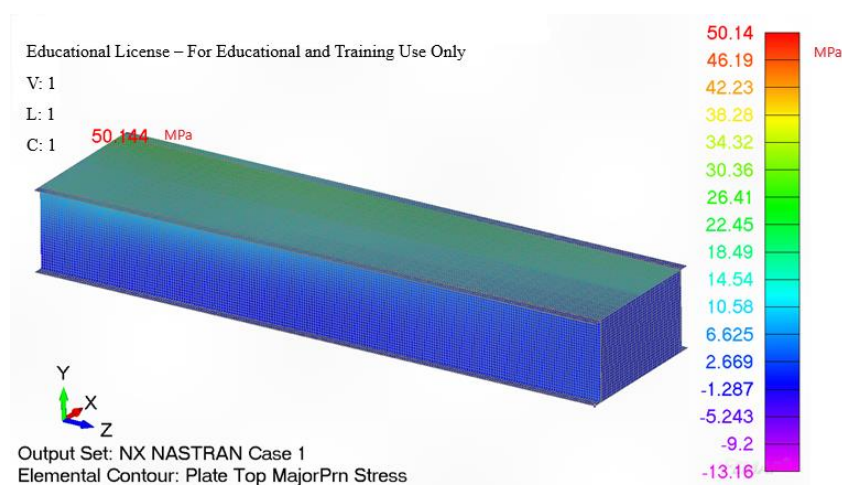
A Tabela 2 apresenta as áreas equivalentes de cada Boom. Nesta idealização estas áreas foram calculadas de forma a resistir toda a tensão normal provocada pelo momento fletor na viga em balanço.

Tabela 2. Áreas dos Booms.

B1 =	204,8	mm ²	B6 =	204,8	mm ²
B2 =	133,335	mm ²	B7 =	133,335	mm ²
B3 =	286,57	mm ²	B8 =	286,57	mm ²
B4 =	133,335	mm ²	B9 =	133,335	mm ²
B5 =	204,8	mm ²	B10 =	204,8	mm ²

Na Figura 23 apresenta as tensões nos elementos de placa, evidenciando um pico localizado associado à presença de cantos vivos. Essa intensificação ocorre devido à concentração de tensões gerada pela descontinuidade geométrica, amplificada pelos efeitos da torção atuante na estrutura.

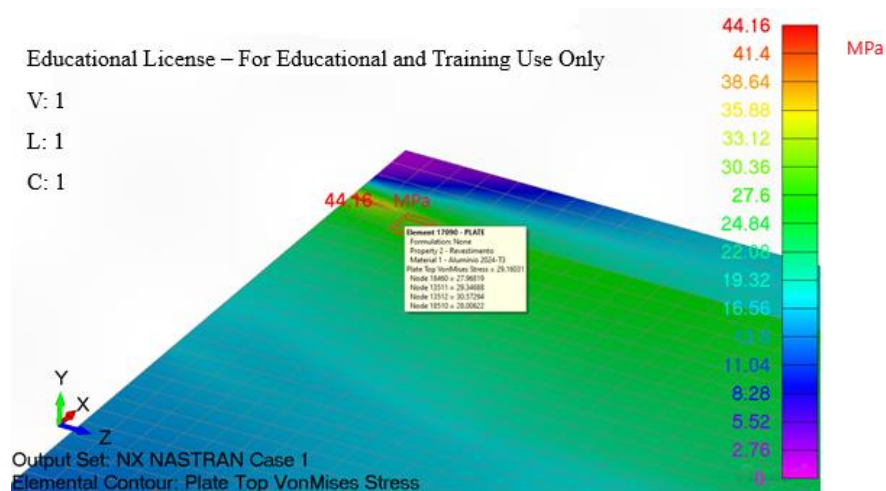
Figura 23. Tensões nos elementos de placa (Critério da Máxima Tensão Principal).



Fonte: Autores (2025)

A Figura 24 apresenta as tensões em um elemento de placa próximo a região do engastamento, utilizado o critério de Von Mises.

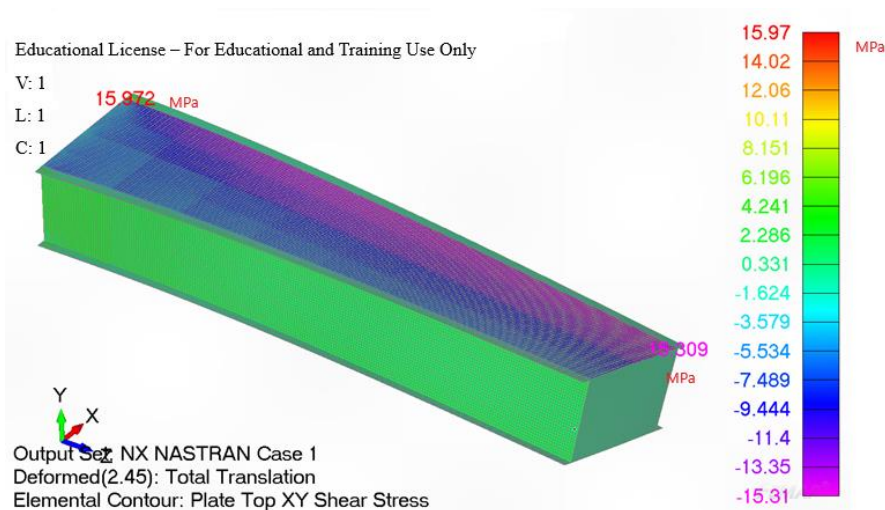
Figura 24. Tensões em um elemento de placa próximo a região do engastamento, (critério de Von Mises).



Fonte: Autores (2025)

A Figura 25 apresenta os resultados das tensões de cisalhamento obtidas através da análise de elementos finitos no FEMAP.

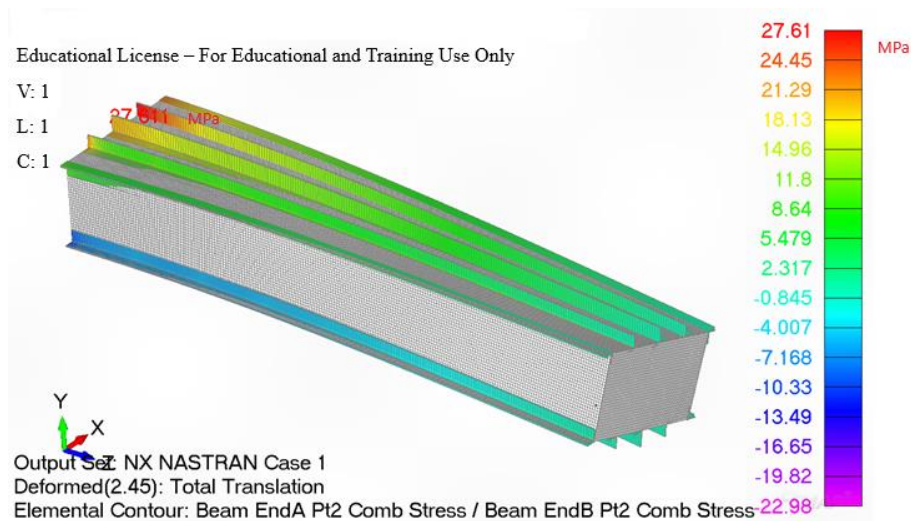
Figura 25. Tensões de cisalhamento nos elementos de placa.



Fonte: Autores (2025)

A Figura 26 apresenta os resultados das tensões nos elementos de viga.

Figura 26. Tensões em um elemento de viga, (Máxima combinada).



Fonte: Autores (2025)

Considerando que o momento fletor é obtido pela multiplicação da força aplicada pela distância, determinam-se as tensões normais atuantes nos booms. Nesse cálculo, não foi incluída a contribuição da torção na viga. O momento de inércia foi determinado com base no Teorema dos Eixos Paralelos (Teorema de Steiner), conforme a equação apresentada, o qual permite calcular I_{xx} pela soma das áreas discretizadas multiplicadas pelo quadrado da distância de cada área ao eixo de referência.

$$I_{xx} = \sum_{i=1}^{10} A_i \times d_i^2 \quad (2)$$

Onde d_i é a distância do boom i até a linha neutra da viga. As tensões normais nos Booms foram calculadas de acordo com a seguinte equação:

$$\sigma_i = \frac{M \cdot y_i}{I_{xx}} \quad (3)$$

Tabela 3. Tensões Normais nos Booms (dimensões em mm e tensões em MPa).

Boom	dyi	Ai	yi ² .Ai	σi [MPa]
B1	75	204,8	1152000	13,8
B2	75	133,335	750009,375	13,8
B3	75	286,57	1611956,25	13,8
B4	75	133,335	750009,375	13,8
B5	75	204,8	1152000	13,8
B6	75	204,8	1152000	13,8
B7	75	133,335	750009,375	13,8
B8	75	286,57	1611956,25	13,8
B9	75	133,335	750009,375	13,8
B10	75	204,8	1152000	13,8
Momento de Inércia		Σ	10831950	[mm ⁴]

As diferenças podem ser explicadas devido ao fato de que o modelo idealizado considera apenas a flexão, enquanto o modelo de elementos finitos considera a flexo-torção. Além disto, no modelo idealizado, o cisalhamento é resistido pelo revestimento, a tensão normal é resistida exclusivamente pelo reforçador. No modelo de elementos finitos, o revestimento resiste uma parcela da tensão normal, devido a formulação do elemento de placa.

Tabela 4. Margens de Segurança.

Vetor de resultados	Tensão (MPa)	Margem de segurança
Tensão Máxima Principal (Face superior do elemento de placa)	50,144	HMS
Tensão de Von Mises (Face superior do elemento de placa)	44,16	HMS
Tensão de Cisalhamento (Face superior do elemento de placa)	15,972	HMS
Tensão Normal Máxima Combinada (elementos de viga que simulam os reforçadores)	27,61	HMS

A equação da Margem de Segurança é:

$$MS = \left(\frac{\sigma_{YS}}{\sigma_{FEM}} - 1 \right) \times 100 \text{ em } [\%] \quad (4)$$

5. CONCLUSÃO

A distribuição das tensões equivalentes de Von Mises mostrou uma concentração de esforços na região próxima ao engaste, atingindo valor máximo.

As tensões de cisalhamento apresentaram valores máximos na região inferior da viga, onde ocorre a combinação mais intensa dos esforços de flexão e torção.

Assim, o Método dos Elementos Finitos mostrou-se eficaz para representar o comportamento de vigas de parede fina de seção fechada submetidas à flexo-torção, oferecendo resultados confiáveis para o dimensionamento e otimização de componentes estruturais.

A modelagem computacional realizada no software FEMAP permitiu uma visualização detalhada das tensões equivalentes. O uso do Método dos Elementos Finitos (MEF), aliado à validação, é uma estratégia para o desenvolvimento de projetos estruturais mais eficientes e seguros, especialmente em aplicações aeronáuticas, onde a otimização do peso e a resistência são fatores críticos.

Vale ressaltar que a idealização considerada nesta análise abordou apenas a flexão pura. A comparação dos resultados obtidos por meio dessa idealização com os resultados fornecidos pelo modelo de elementos finitos permitiu identificar a contribuição da torção nos resultados. A Figura 26 revela que os reforçadores à direita estão mais tensionados, devido ao efeito de empenamento da seção.

Recomendam-se, para trabalhos futuros, análises que considerem diferentes condições de carregamento, o que permitirá uma compreensão ainda mais detalhada do comportamento estrutural em cenários próximos aos encontrados em aplicações aeronáuticas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BEER, F. P.; JOHNSTON, E. R.; DEWOLF, J. T.; MAZUREK, D. F. **Mechanics of Materials**. 7. ed. New York: McGraw-Hill Education, 2017.

COOK, R. D. et al. **Concepts and Applications of Finite Element Analysis**. 4. ed. New York: John Wiley & Sons, 2002.

HALLACK, R. **Resistência dos Materiais I**. 4. ed. São Paulo: Érica, 2012.

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA (ITA). Laboratório de EST-25: 2ª experiência – 2023. São José dos Campos: ITA, 2023.

MEGSON, T. H. G. **Structural and Stress Analysis**. 2. ed. Oxford: Butterworth Heinemann, 2005.

MEGSON, T. H. G. **Aircraft Structures for Engineering Students**. 6. ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2017.

MIL-HDBK-5J. **Metallic Materials and Elements for Aerospace Vehicle Structures**. Washington, D.C.: Department of Defense, 2003.

SOUZA, A. L.; CRUZ, R. S. **Mecânica das Estruturas: Análise de Vigas e Pórticos**. Rio de Janeiro: LTC, 2018.

SOUZA, A. L.; MENDONÇA, M. M. **Mecânica das Estruturas: Vigas, Barras e Treliças**. Rio de Janeiro: LTC, 2008.

TIMOSHENKO, S. P.; GOODIER, J. N. **Theory of Elasticity**. 3. ed. New York: McGrawHill, 1970.