

ANÁLISE DA ROTEIRIZAÇÃO DE VEÍCULOS DE UM CENTRO DE DISTRIBUIÇÃO DE ALIMENTOS, LOCALIZADO EM HORTOLÂNDIA/SP, A PARTIR DO PROBLEMA DO CAIXEIRO-VIAJANTE E DO ALGORITMO *BRANCH-AND-BOUND*

Luana Aparecida Souza da Silva (Fatec Americana)

luana.silva484@fatec.sp.gov.br

Orientador: **Felippe Pereira Lucio Martins** (Fatec Americana)

felippe.martins@fatec.sp.gov.br

RESUMO

O planejamento adequado da roteirização é fundamental para a logística de uma empresa, dessa forma, o intuito do estudo, é a partir da análise de três rotas percorridas por veículos de um Centro de Distribuição de alimentos, instalado em Hortolândia/SP, conceituar o Problema do Caixeiro-Viajante e aplicar o Algoritmo *Branch-and-Bound* para otimizar a distância percorrida. O estudo dispõe de uma abordagem quantitativa, uma vez que para a sua elaboração foram levantados e trabalhados, por meio de técnicas e recursos matemáticos, dados numéricos sobre as distâncias percorridas nas três rotas da empresa. Os resultados obtidos demonstraram que a aplicação do algoritmo apresentou efetivamente rotas otimizadas, com suas distâncias reduzidas, além de ratificar que métodos matemáticos podem auxiliar a logística de transporte.

PALAVRAS-CHAVE: Roteirização. Caixeiro-Viajante. *Branch-and-Bound*.

ABSTRACT

Proper planning of routing is essential for the logistics of a company, so the purpose of the study is based on the analysis of three routes traveled by vehicles from a Food Distribution Center, installed in Hortolândia/SP, to conceptualize the Problem Traveling Salesman and apply the Branch-and-Bound Algorithm to optimize the distance covered. The study has a quantitative approach, since for its elaboration, numerical data on the distances traveled on the three routes of the company were surveyed and worked through mathematical techniques and resources. The results obtained showed that the application of the algorithm effectively presented optimized routes, with their reduced distances, in addition to confirming that mathematical methods can help transport logistics.

Keywords: Routing. Traveling Salesman. *Branch-and-Bound*.

1. INTRODUÇÃO

No início, perder ou ganhar uma guerra, estava relacionado com a força do exército no campo de batalha, no entanto, com o passar dos anos, percebeu-se que a capacidade logística possuía um impacto vital no resultado obtido.

Apesar da logística apresentar seu início nas guerras, as organizações empresariais, ao notarem sua importância, buscaram a implantação da atividade em sua rotina, como no planejamento da armazenagem, da movimentação de carga, do carregamento de um veículo e do tempo das entregas.

Atualmente, o transporte de cargas é uma das atividades mais conhecidas e praticadas da logística. Todos os dias, milhares de mercadorias são transportadas para abastecerem fábricas, distribuidoras, varejistas, até chegarem para o consumidor final.

No Brasil, segundo dados da empresa Simplifica Fretes (2018), o modal rodoviário é responsável por 75% dos transportes, e por mais que o transporte seja o ato de carregar um veículo com uma mercadoria e transportar para o seu destino, é uma atividade que envolve muitas questões, como o planejamento e a organização da disposição das entregas, com a sequência de atendimento dos clientes.

Diante dessa razão, a pergunta que embasa a análise deste estudo é: como otimizar a distância de três rotas, realizadas por veículos de um Centro de Distribuição de alimentos, instalado em Hortolândia/SP, conceituando o problema do caixeiro-viajante com a resolução pelo algoritmo *branch-and-bound*?

Os dados para tal estudo de caso serão as sequências de entregas das rotas realizadas pela empresa e as distâncias percorridas a serem levantadas, assumindo uma investigação quantitativa que objetiva comparar a distância atual, com a otimizada pelo algoritmo.

O artigo terá início com a fundamentação teórica do estudo, composta por definições e ideias de autores do ramo, e seguirá com o desenvolvimento e os resultados obtidos após a aplicação dos métodos explanados.

2. EMBASAMENTO TEÓRICO

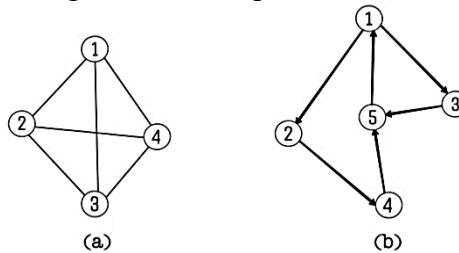
O sequenciamento das entregas ou a roteirização, realizada pela logística de transporte, é um campo que concentra inúmeros estudos, visto que, realizar a entrega a tempo e com o menor custo é o objetivo de qualquer empresa.

A roteirização é fundamental para que as entregas sejam realizadas atendendo as necessidades da empresa e do cliente, a esse respeito Lopes (2017) esclarece que a roteirização é “[...] a definição de um itinerário ou roteiro que tem por objetivo a redução do tempo, da distância percorrida e dos custos operacionais logísticos.”

O roteiro traçado na roteirização é o objeto de estudo do Problema do Caixeiro-Viajante ou CV, como definido por Arenales et al. (2007), que tem por objetivo visitar um conjunto de cidades, percorrendo uma a uma, apenas uma vez, saindo de uma cidade base ou sede e retornando a ela, assim como na roteirização. Pedro (2013) reitera que o termo caixeiro-viajante ficou conhecido após a publicação do livro *The Traveling Salesman, how he should be and what he should do to get the commissions and to be successful in his business. By an veteran Traveling Salesman* (O caixeiro-viajante, como deve ser e o que deve fazer para obter as comissões e ter sucesso no negócio. Por um veterano caixeiro-viajante) na Alemanha em 1832, e desde então, se tornou um dos problemas mais desenvolvidos pelos estudiosos.

O problema apresentado adquire uma melhor ornamentação por meio de um grafo, que se trata de uma estrutura utilizada para a representação de informações. Dado um grafo $G = (V, A)$, conforme Colin (2007), V representa os seus nós e A os seus arcos compostos por (i, j) conectados a V . Como exemplos de grafo, a Figura 1(a) refere-se a um grafo não direcionado, isto é, seus arcos são interligados aos nós sem apresentarem uma direção, e a Figura 1(b), expõe um grafo direcionado ou digrafo, no qual seus dados exigem uma determinada sequência ou direção.

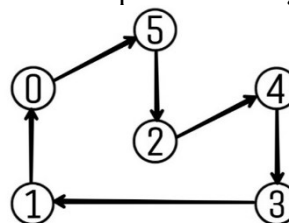
Figura 1 – Exemplos de Grafos



Fonte: A autora (2020)

Logo, o problema do caixeiro-viajante possuirá seu grafo com V equivalente as cidades visitadas e o $A_{(ij)}$ sendo a rota percorrida de uma cidade à outra. Admitindo como exemplo, um problema do CV com o conjunto $V = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ a representação de uma possível rota $t = [(0, 5) (5, 2) (2, 4) (4, 3) (3, 1) (1, 0)]$ é vista no digrafo da Figura 2.

Figura 2 – Exemplo de um Digrafo de t



Fonte: A autora (2020)

Para o estudo das possíveis soluções do problema do caixeiro-viajante faz-se necessário à aplicação de um modelo, que a partir da identificação dos dados, expressam-se seus comportamentos por meio de equações matemáticas, a fim de proporcionar uma simulação da realidade COLIN (2007). Deste modo, um provável modelo de representação para o CV, compõe-se:

$$\text{minimizar } z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

sujeito à:

$$\text{(saída)} \quad \sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad (j = 1, 2, 3, \dots, n) \quad (2)$$

$$\text{(chegada)} \quad \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n) \quad (3)$$

$$\text{(sub-rotas)} \quad \sum_{\{i,j\} \in S} x_{ij} \leq s - 1 \quad (S \subset V) \quad (4)$$

De acordo com Colin (2007) e Arenales et al. (2007) o problema pode ser expresso por uma variável binária, na qual admite-se que $x_{ij} = 1$ compreende a passagem do caixeiro da cidade i para a cidade j e $x_{ij} = 0$ estabelece os locais por onde ele não passou. A distância

dentre as cidades i e j é representada por c_{ij} e a função objetivo (1) tem o propósito de minimizar a distância percorrida z por meio da somatória da rota realizada.

O sujeito à ou restrições, como também é conhecido, são regras que indicam como deverão ser as limitações ou os comportamentos do modelo (COLIN 2007). No problema do caixeiro-viajante identificam-se três restrições básicas: a de saída (2), a de chegada (3) e a de sub-rotas (4). A restrição de saída indica que assumindo a somatória de $x_{ij} = 1$ com $i = 1$ até n e considerando a variação de j , segura-se que para cada cidade haverá apenas uma rota de saída, a restrição de chegada, atua de maneira similar, na qual a diferença estará na utilização de $j = 1$ até n e com a variação de i para a somatória, por essa razão, garante-se a cada cidade uma única rota de chegada, e a restrição de sub-rotas, impede a formação de rotas que não compreendam todas as cidades, adotando que S trata-se de um subconjunto de V , e que a somatória de x_{ij} deverá ser menor ou igual a $s - 1$, sendo s o número de cidades de S .

Devido a variável binária de $x_{ij} = 0$ e $x_{ij} = 1$ o problema do CV adquire um nível maior de complexidade, tratando-se de um problema de Programação Inteira (PI). Esta é caracterizada por ter suas variáveis ou parte delas sendo compostas por números pertencentes aos inteiros \mathbb{Z} , por seus problemas apresentarem um grande número de possíveis soluções, serem computacionalmente difíceis de resolver e por ser muito utilizada em problemas da vida real, como circuitos eletrônicos, criptografias, transportes (a área de estudo do trabalho), e entre outros destacados por Arenales et al. (2007).

Para a resolução de problemas de PI existem alguns algoritmos que são utilizados para facilitar a busca por uma resposta ótima, o *Branch-and-Bound* (B&B) é um deles. Segundo a Professora Castillo (2010) da Universidade de Aveiro, o algoritmo desenvolve uma "enumeração inteligente" das possíveis soluções para o problema, e por meio da divisão da solução inicial e dos limites encontrados no desenvolvimento do algoritmo, o B&B encontra uma solução ótima inteira.

A fim de que o *branch-and-bound* seja compreendido em sua aplicação e funcionamento, o exemplo a seguir ilustrará um problema de Programação Inteira com sua resolução pelo algoritmo. Dado o problema abaixo, cujo o objetivo é encontrar um resultado inteiro que minimize z :

$$\text{minimizar } z = 4x_1 + 5x_2$$

sujeito à:

$$x_1 + 4x_2 \geq 5$$

$$3x_1 + 2x_2 \geq 7$$

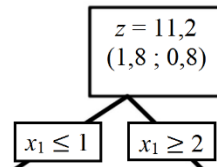
$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \text{ e inteiros}$$

Nota-se que o problema é constituído por duas variáveis (x_1 e x_2) e apresenta a princípio três restrições, o método B&B indica que a partir da primeira solução encontrada, inicia-se a sua aplicação, no caso do exemplo, para cada etapa será apresentado o resultado encontrado por meio do método simplex, que de modo sintetizado, é definido por Colin (2007) como um algoritmo que é utilizado para solucionar problemas e contém três partes primordiais: inicialização, iteração e regra de parada.

A solução encontrada para o problema, pelo simplex, obteve os resultados de $z = 11,2$ e ($x_1 = 1,8$; $x_2 = 0,8$). Percebe-se que a resposta das variáveis não atende a restrição de integralidade, pois tanto x_1 , como x_2 são números decimais, partindo dessa circunstância, escolhe-se aleatoriamente uma das variáveis que deve se tornar inteira, como por exemplo x_1 . A variável $x_1 = 1,8$ encontra-se entre os números inteiros 1 e 2, por essa razão exclui-se o

intervalo existente entre esses números, de forma que x_1 seja ≤ 1 ou ≥ 2 , isto é, divide-se o problema com a criação das restrições $x_1 \leq 1$ e $x_1 \geq 2$. A Figura 3 apresenta a árvore de solução B&B do problema, utilizada como uma ferramenta de compreensão e condução do algoritmo (COLIN, 2007).

Figura 3 – Árvore de Solução: Parte I



Fonte: A autora (2020)

A partir das restrições adicionadas ao problema, formam-se os subproblemas:

Subproblema A

minimizar $z = 4x_1 + 5x_2$

sujeito à:

$x_1 + 4x_2 \geq 5$

$3x_1 + 2x_2 \geq 7$

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ e inteiros

$x_1 \leq 1$

Subproblema B

minimizar $z = 4x_1 + 5x_2$

sujeito à:

$x_1 + 4x_2 \geq 5$

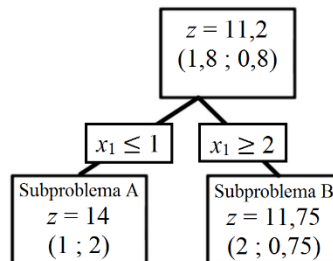
$3x_1 + 2x_2 \geq 7$

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ e inteiros

$x_1 \geq 2$

Aplicando novamente o método simplex de solução, obtêm-se os resultados apresentados na Figura 4.

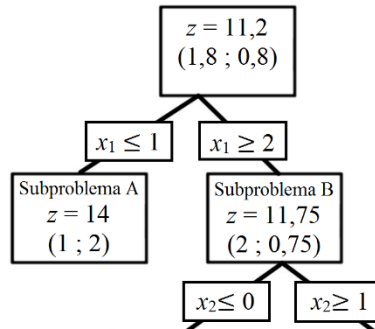
Figura 4 – Árvore de Solução: Parte II



Fonte: A autora (2020)

O subproblema A gerou uma solução que atende as restrições aplicadas, principalmente a de integralidade, por isso ela passa a ser a incumbente. No entanto, com a análise do subproblema B, identifica-se que z obteve um resultado melhor que o subproblema A, porém sua variável x_2 não é inteira, por esse motivo, ramifica-se o subproblema B, como apontado na Figura 5, originando-se as restrições $x_2 \leq 0$ e $x_2 \geq 1$, visto que ainda pode ser encontrada uma solução melhor.

Figura 5 – Árvore de Solução: Parte III



Fonte: A autora (2020)

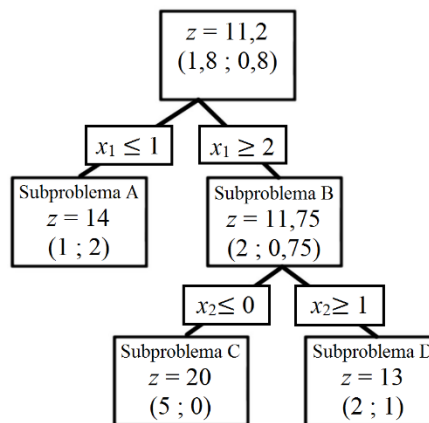
A partir das restrições adicionadas ao subproblema B, criam-se os subproblemas C e D:

Subproblema C
 minimizar $z = 4x_1 + 5x_2$
 sujeito à:
 $x_1 + 4x_2 \geq 5$
 $3x_1 + 2x_2 \geq 7$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ e inteiros
 $x_1 \geq 2$
 $x_2 \leq 0$

Subproblema D
 minimizar $z = 4x_1 + 5x_2$
 sujeito à:
 $x_1 + 4x_2 \geq 5$
 $3x_1 + 2x_2 \geq 7$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ e inteiros
 $x_1 \geq 2$
 $x_2 \geq 1$

A Figura 6 apresenta os novos resultados encontrados pelo simplex:

Figura 6 – Árvore de Solução: Parte IV



Fonte: A autora (2020)

Com base nos resultados dos subproblemas C e D observa-se que ambos apresentaram suas variáveis inteiras, atendendo a restrição do problema, com isso o processo de divisão termina e dá-se início a comparação dos resultados com a incumbente. O subproblema C tem $z = 20$, como o objetivo do problema é minimizar z e o subproblema A apresenta um resultado menor, C é eliminado, já o subproblema D tem $z = 13$, sendo menor que A, diante disso, D se torna a melhor solução encontrada pelo algoritmo B&B.

3. DESENVOLVIMENTO DA TEMÁTICA

A roteirização realizada no Centro de Distribuição (CD) de alimentos de Hortolândia/SP, é elaborada de acordo com a experiência pessoal do responsável pelas rotas, o que é considerado comum entre as empresas de porte médio, no entanto, esse método não evita erros, nem equívocos nas sequências.

Atualmente, as entregas são realizadas semanalmente para restaurantes e lanchonetes de todo o Brasil, havendo rotas específicas para cada região do país. A análise concentrará o estudo nas rotas, nomeadas de modo fictício como x , que atende notadamente a cidade de São Paulo; y , que contempla o estado de Minas Gerais; e z , com cidades do entorno do município de São Paulo, como Guarulhos e Mogi das Cruzes.

Inicialmente, coletou-se a sequência de entregas das rotas x , y e z do CD, e a partir dos pontos de entregas, designados com $1, 2, 3$ etc., levantou-se a distância que o veículo percorre de um ponto ao outro e para o CD, ponto denominado 0 , através do uso de um serviço de pesquisa de mapa online, o Google Maps, que demonstra a melhor rota de um ponto ao outro.

Fundamentadas por essa base de dados, foram elaboradas matrizes de distância com as sequências $0, 1, 2, 3, n$. Estas ilustram as distâncias em quilômetros (km) percorridas de um ponto n da linha horizontal, para um ponto n da coluna vertical, como apresentado abaixo:

Rota x

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0,0	118,0	112,0	121,0	113,0	116,0	112,0	109,0
1	113,0	0,0	10,6	13,7	10,2	7,2	7,8	20,3
2	108,0	12,2	0,0	6,3	4,5	6,8	13,5	21,8
3	113,0	11,3	5,5	0,0	8,1	6,2	12,7	28,0
4	110,0	9,1	3,3	6,4	0,0	3,3	9,7	21,6
5	114,0	6,1	6,4	5,9	5,0	0,0	7,4	18,7
6	108,0	5,9	11,5	17,1	9,1	8,1	0,0	12,5
7	106,0	10	21,4	27,5	23,3	16,0	9,5	0,0

Rota y

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0,0	568,0	584,0	585,0	589,0	595,0	593,0	600,0	605,0	588,0
1	590,0	0,0	15,4	17,0	20,9	27,1	25,2	32,0	37,0	18,7
2	601,0	15,9	0,0	2,7	10,3	13,7	11,9	18,5	23,5	6,1
3	604,0	18,6	2,6	0,0	10,1	12,6	12,0	17,5	22,3	4,8
4	606,0	20,8	10,8	11,5	0,0	12,2	17,9	17,3	16,6	15,1
5	614,0	29,0	14,5	12,3	11,7	0,0	6,3	7,8	12,6	15,3
6	611,0	25,7	11,7	9,6	14,3	6,7	0,0	8,3	14,5	12,1
7	620,0	34,6	20,1	18,6	18,0	9,2	10,0	0,0	7,8	21,5
8	622,0	37,5	22,7	21,1	15,1	11,7	14,7	8,3	0,0	24,1
9	603,0	18,5	6,2	4,8	15,8	14,6	12,6	19,4	24,2	0,0

Rota z

	0	1	2	3	4
0	0,0	162,0	115,0	123,0	131,0
1	158,0	0,0	49,4	50,2	34,9
2	111,0	49,9	0,0	8,2	17,3
3	118,0	49,6	6,1	0,0	17,1
4	128,0	33,6	18,1	19,0	0,0

No momento atual, as rotas seguem a sequência dos pontos, como: $0 - 1 - 2 - 3 - n - 0$, e as distâncias totais percorridas são: $x = 272,2$ km, $y = 1257,9$ km e $z = 364,7$ km.

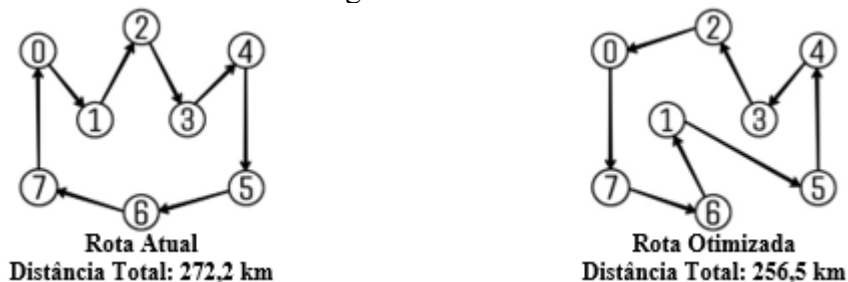
Devido ao grande número de informações, o algoritmo B&B foi aplicado utilizando uma linguagem de programação Python e as matrizes foram inseridas no programa como dados de entrada para a alimentação do algoritmo. Os dados seguiram os conceitos de modelagem, restrição, ramificação e eliminação, apresentados no embasamento teórico, a fim de viabilizar o cálculo do caminho ótimo. E para que o algoritmo B&B não gerasse um caminho de um ponto para ele mesmo, atribuiu-se o valor 0,0.

O algoritmo B&B programado, resolve o problema do caixeiro-viajante embasado no critério de menor distância entre os pontos a serem visitados, com o intuito de que ao final todos os pontos sejam percorridos, retornando ao ponto inicial com a menor distância possível.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

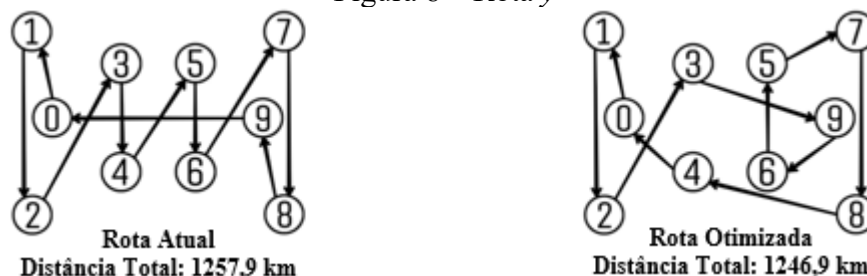
Mediante a aplicação do B&B para o problema do CV das rotas do CD de alimentos, obteve-se as sequências: $x = [(0,7) (7,6) (6,1) (1,5) (5,4) (4,3) (3,2) (2,0)]$; $y = [(0,1) (1,2) (2,3) (3,9) (9,6) (6,5) (5,7) (7,8) (8,4) (4,0)]$; e $z = [(0,2) (2,3) (3,4) (4,1) (1,0)]$, ilustradas por digrafos nas Figuras 7, 8 e 9 abaixo, ao lado das rotas atuais.

Figura 7 – Rota x



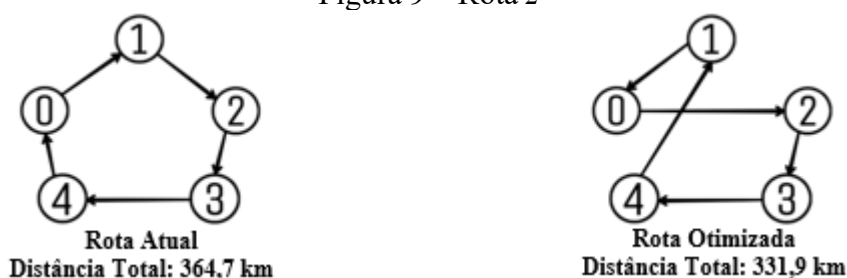
Fonte: A autora (2020)

Figura 8 – Rota y



Fonte: A autora (2020)

Figura 9 – Rota z



Fonte: A autora (2020)

Os resultados adquiridos demonstraram alterações marcantes para alguns pontos, como o de último da rota, tornar-se o primeiro a receber a entrega, e outras bem sutis, com a mudança de apenas um ponto da rota. Na análise quantitativa da distância, notou-se uma redução de aproximadamente 0,9% para a rota y e uma diminuição significativa para as distâncias percorridas nas rotas x e z, com aproximadamente 5,8% e 9%, respectivamente.

Realizando uma simulação da possível redução do gasto com abastecimento, considerou-se o consumo médio de combustível (relação entre a distância percorrida e os litros (l) de combustível utilizados) dos veículos refrigerados que realizam frequentemente as rotas e o valor médio de R\$ 3,33, pago nos abastecimentos de diesel S-10 em agosto de 2020 pela empresa. A Tabela 1 apresenta os resultados adquiridos, considerando as condições que os veículos apresentaram no mês de agosto de 2020.

Tabela 1 – Simulação do Gasto com Combustível

Rota	Tipo do Veículo	Consumo Médio (km/l)	Distância (km)		Gasto	
			Atual	Otimizada	Atual	Otimizado
x	¾	5,6	272,2	256,5	R\$ 161,86	R\$ 152,53
y	Toco	4,05	1257,9	1246,9	R\$ 1.034,27	R\$ 1.025,23
z	¾	5,6	364,7	331,9	R\$ 216,87	R\$ 197,36

Fonte: A autora (2020)

Percorrendo um trajeto menor o Centro de Distribuição de alimentos possui grande potencial para adquirir uma performance melhor dos veículos e do consumo de combustível da frota, como visualizado na Tabela 1 na coluna dos gastos otimizados, além de ocorrer, consequentemente, uma redução dos custos e um aumento no lucro. De acordo com Almeida (2020) a otimização de rotas auxilia para a eficiência nas entregas, a economia dos custos logísticos, além de ser uma vantagem competitiva para a empresa diante o mercado.

Contudo, se as lojas solicitarem um horário específico de entrega, isto pode se tornar um obstáculo para o cálculo da menor distância com o B&B, visto que o algoritmo não permite a alocação da restrição de tempo. Para tal resolução, fica a possibilidade de um novo estudo de um método que permita a análise e a aplicação de restrições que envolvam a variável tempo ou sub-rotas obrigatórias.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O sequenciamento de entregas exerce uma grande importância para a logística de transporte. E por meio do conceito do problema do caixeiro-viajante e a aplicação do algoritmo *branch-and-bound*, a gestão das rotas pode tornar-se menos complicada, e a operação logística adquirir mais agilidade em sua rotina.

A pesquisa proporcionou o entendimento e o esclarecimento de técnicas e procedimentos matemáticos, que possuem ampla aplicação na logística, como na roteirização.

Através da utilização do algoritmo *branch-and-bound*, demonstrou-se que qualquer empresa de porte médio, pode realizar o emprego de um método matemático para desenvolver rotas otimizadas com distâncias menores.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Andrei. **7 Benefícios da otimização de rotas para a logística**. Lincros, 2020. Disponível em: <<https://www.lincros.com/blog/otimizacao-de-rotas-2>>. Acesso em: 5 ago. 2020. 20h50.

ARENALES, Marcos et al. **Pesquisa operacional: para cursos de engenharia**. 6ª ed. Rio de Janeiro/RJ: Elsevier, 2007.

CASTILLO, Gladys. **Programação inteira**. ICMC - USP, 2010. Disponível em: <http://wiki.icmc.usp.br/images/3/32/Pi_aula_16_11_finalizacaoPI_mari.pdf>. Acesso em: 05 jul. 2020. 20h39.

COLIN, Emerson Carlos. **Pesquisa operacional: 170 aplicações em estratégia, finanças, logística, produção, marketing e vendas**. Rio de Janeiro/RJ: LTC, 2007.

CONHEÇA os 5 principais modais de transporte no Brasil. **Simplifica Fretes**, 2018. Disponível em: <<https://blog.simplificafretes.com.br/conheca-os-5-principais-modais-de-transporte-no-brasil/#:~:text=Rodovi%C3%A1rio,desde%20a%20d%C3%A9cada%20de%2050.>>. Acesso em: 05 jul. 2020. 17h19.

LOPES, Cesar. **O que é roteirização?**. Pathfind, 2017. Disponível em: <<https://blog.pathfind.com.br/o-que-e-roteirizacao>>. Acesso em: 6 ago. 2020. 20h29.

MINAS Gerais e São Paulo, BR. 2020. **Google Maps**. Google. Disponível em: <<https://www.google.com.br/maps>>. Acesso em: 23 jul. 2020. 20h26.

PEDRO, Odivaney Ramos. **Uma abordagem de Busca Tabu para o Problema do Caixeiro Viajante com Coleta de Prêmios**. 2013. Dissertação (Mestre em Engenharia Elétrica, na Área de Otimização) - Universidade Federal de Minas Gerais. Departamento de Engenharia Elétrica., Minas Gerais, 2013. Disponível em: <<https://www.ppgee.ufmg.br/defesas/962M.PDF>>. Acesso em: 23 ago. 2020. 13h40.